ÍNDICE

LA FISICA

Conceptos y Aplicaciones

LA FÍSICA EN LA ANTIGÜEDAD

Recuerdo haber visto un libro de catecismo de la década de los noventa que realizaba una enseñanza confusa y poco acertada: mediante un breve texto y una ilustración sencilla explicaba cómo el hombre habitaba una superficie plana, delimitada por los bordes del fin del mundo –suponemos que uno de ellos podría ser el océano atlántico-, situada sobre el terrorífico y hoy día negado infierno y sobre la que se apoyaban las columnas que sostenían sobre nuestras cabezas la bóveda estrellada del cielo. Una idea así debían tener nuestros antepasados de hace unos tres mil años.

La primera actividad del hombre englobable dentro de la **física** fue mirar al cielo. Las grandes civilizaciones de la antigüedad (chinos, babilonios, egipcios) estudiaron los astros llegando incluso a predecir eclipses pero sin éxito a la hora de explicar los movimientos planetarios. En éste punto de inflexión del conocimiento humano, antes de hacerse –y responder- ciertas preguntas sobre la naturaleza, el cielo era un misterioso techo plano en el que unas luces lejanas brillaban por alguna causa más mística que astronómica. Unos cuatrocientos años antes del nacimiento de Cristo los griegos ya empezaban a desarrollar teorías, aún inexactas pero no del todo equivocadas, sobre la composición del universo. **Leucipo** concebía el atomismo más tarde desarrollado por **Demócrito**, que afirmaba que todo estaba formado por microscópicas partículas llamadas átomos, y que contradecía a la Teoría de los elementos, del siglo anterior.

Durante el periodo helenístico, Alejandría se convirtió en el núcleo científico de occidente. Desde Sicilia, **Arquímedes**, entre otros inventos como el tornillo infinito o la polea, descubría las leyes de la palanca y de la hidrostática, principio el de ésta última que llevaría su nombre y que enunciaba que "todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba igual al peso del fluido desalojado", razón por la cual se puede explicar que flote un barco o vuele un globo aerostático. En la **astronomía** también se realizaron grandes descubrimientos: **Aristarco de Samo** desarrolló un método para medir las distancias relativas entre la tierra y el sol y la tierra y la luna, inútil finalmente por falta de medios aunque bien encaminado, y también, según se cree a través de los escritos de **Arquímedes**, fue el primero en afirmar que la tierra gira alrededor del sol; **Erastótenes** midió la circunferencia de la tierra y elaboró un catálogo de estrellas; **Hiparlo de Nicea** descubrió la sucesión de equinoccios; y **Tolomeo**, ya en el s. II d.C., elaboró su sistema para explicar el movimiento de los planetas, en el que la

Tierra permanecía en el centro de las órbitas circulares del resto de astros.

¿QUÉ ES LA FÍSICA?

Es una ciencia encargada de estudiar los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza, cuantificándola mediante leyes físicas determinadas, donde el hombre es precisamente la fuente inagotable de las diversas propiedades que pose la materia.

Los principales campos de la física son:

- **Acústica.** Estudia las propiedades del sonido.
- **Física atómica.** Estudia la estructura y las propiedades del átomo.
- **Criogenia.** Estudia el comportamiento de la materia a temperaturas extremadamente bajas.
- **Electromagnetismo.** Estudia los campos eléctrico y magnético, y las cargas eléctricas que los generan.
- **Física de partículas.** Se dedica a la investigación de las partículas elementales.
- **Dinámica de fluidos.** Examina el comportamiento de los líquidos y gases en movimiento.
- **Geofísica.** Aplicación de la física al estudio de la Tierra. Incluye los campos de la hidrología, la meteorología, la oceanografía, la sismología y la vulcanología.
- **Física matemática.** Estudia las matemáticas en relación con los fenómenos naturales.
- **Mecánica.** Estudia el movimiento de los objetos materiales sometidos a la acción de fuerzas.
- **Física molecular.** Estudia las propiedades y estructura de las moléculas.
- **Física nuclear.** Analiza las propiedades y estructura del núcleo atómico, las reacciones nucleares y su aplicación.
- **Óptica.** Estudia la propagación y el comportamiento de la luz.
- **Física del plasma.** Estudia el comportamiento de los gases altamente ionizados (con carga eléctrica).
- **Física cuántica.** Estudia el comportamiento de sistemas extremadamente pequeños y la cuantización de la energía.
- **Física de la materia condensada.** Estudia las propiedades físicas de los sólidos y los líquidos.
- **Mecánica estadística.** Aplica principios estadísticos para predecir y describir el comportamiento de sistemas compuestos de múltiples partículas.
- **Termodinámica.** Estudia el calor y la conversión de la energía de una forma a otra.

> "La grandeza está reservada para aquellos que adquieren un ferviente deseo de alcanzar altos objetivos".

HISTORIA DE LA FÍSICA

FÍSICA CLÁSICA

Hacia 1880 la física presentaba un panorama de calma: la mayoría de los fenómenos podían explicarse mediante la mecánica de Newton, la teoría electromagnética de Maxwell, la termodinámica y la mecánica estadística de Boltzmann. Parecía que sólo quedaban por resolver unos pocos problemas, como la determinación de las propiedades del éter y la explicación de los espectros de emisión y absorción de sólidos y gases.

Sin embargo, estos fenómenos contenían las semillas de una revolución cuyo estallido se vio acelerado por una serie de asombrosos descubrimientos realizados en la última década del siglo XIX: en 1895, Wilhelm Conrad Roentgen descubrió los rayos X; ese mismo año, Joseph John Thomson descubrió el electrón; en 1896, Antoine Henri Becquerel descubrió la radiactividad; entre 1887 y 1899, Heinrich Hertz, Wilhelm Hallwachs y Philipp Lenard descubrieron diversos fenómenos relacionados con el efecto fotoeléctrico.

Los datos experimentales de la física, unidos a los inquietantes resultados del experimento de Michelson–Morley y al descubrimiento de los rayos catódicos, formados por chorros de electrones, desafiaban a todas las teorías disponibles.

FISICA MODERNA

Dos importantes avances producidos durante el primer tercio del siglo XX –la teoría cuántica y la teoría de la relatividad– explicaron estos hallazgos, llevaron a nuevos descubrimientos y cambiaron el modo de comprender la física.

FISICA NUCLEAR

En 1931 el físico estadounidense Harold Clayton Urey descubrió el isótopo del hidrógeno denominado deuterio y lo empleó para obtener agua pesada. El núcleo de deuterio o deuterón (formado por un protón y un neutrón) constituye un excelente proyectil para inducir reacciones nucleares. Los físicos franceses Irène y Frédéric Joliot-Curie produjeron el primer núcleo radiactivo artificial en 1933–1934, con lo que comenzó la producción de radioisótopos para su empleo en arqueología, biología, medicina, química y otras ciencias.

Fermi y numerosos colaboradores emprendieron una serie de experimentos para producir elementos más pesados que el uranio bombardeando éste con neutrones. Tuvieron éxito, y en la actualidad se han creado artificialmente al menos una docena de estos elementos transuránicos. A medida que continuaba su trabajo se produjo un descubrimiento aún más importante.

Irène Joliot-Curie, los físicos alemanes Otto Hahn y Fritz Strassmann, la física austriaca Lise Meitner y el físico británico Otto Robert Frisch comprobaron que algunos núcleos de uranio se dividían en dos partes, fenómeno denominado fisión nuclear. La fisión liberaba una cantidad enorme de energía debida a la pérdida de masa, además de algunos neutrones. Estos resultados sugerían la posibilidad de una reacción en cadena automantenida, algo que lograron Fermi y su grupo en 1942, cuando hicieron funcionar el primer reactor nuclear. Los avances tecnológicos fueron rápidos; la primera bomba atómica se fabricó en 1945 como resultado de un ingente programa de investigación dirigido por el físico estadounidense J. Robert Oppenheimer, y el primer reactor nuclear destinado a la producción de electricidad entró en funcionamiento en Gran Bretaña en 1956, con una potencia de 78 megavatios.

La investigación de la fuente de energía de las estrellas llevó a nuevos avances. El físico estadounidense de origen alemán Hans Bethe demostró que las estrellas obtienen su energía de una serie de reacciones nucleares que tienen lugar a temperaturas de millones de grados. En estas reacciones, cuatro núcleos de hidrógeno se convierten en un núcleo de helio, a la vez que liberan dos positrones y cantidades inmensas de energía. Este proceso de fusión nuclear se adoptó con algunas modificaciones en gran medida a partir de ideas desarrolladas por el físico estadounidense de origen húngaro Edward Teller como base de la bomba de fusión, o bomba de hidrógeno. Esta arma, que se detonó por primera vez en 1952, era mucho más potente que la bomba de fisión o atómica. En la bomba de hidrógeno, una pequeña bomba de fisión aporta las altas temperaturas necesarias para desencadenar la fusión, también llamada reacción termonuclear.

Gran parte de las investigaciones actuales se dedican a la producción de un dispositivo de fusión controlada, no explosiva, que sería menos radiactivo que un reactor de fisión y proporcionaría una fuente casi ilimitada de energía. En diciembre de 1993 se logró un avance significativo en esa dirección cuando los investigadores de la Universidad de Princeton, en Estados Unidos, usaron el Reactor Experimental de Fusión Tokamak para producir una reacción de fusión controlada que proporcionó durante un breve tiempo una potencia de 5,6 megavatios. Sin embargo el reactor consumió más energía de la que produjo.

FÍSICA DEL ESTADO SÓLIDO

En los sólidos, los átomos están densamente empaquetados, lo que lleva a la existencia de fuerzas de interacción muy intensas y numerosos efectos relacionados con este tipo de fuerzas que no se observan en los gases, donde las moléculas actúan en gran medida de forma independiente. Los efectos de interacción son responsables de las propiedades mecánicas, térmicas, eléctricas, magnéticas y ópticas de los sólidos, un campo que resulta difícil de tratar desde el punto de vista teórico, aunque se han realizado muchos progresos.

Una característica importante de la mayoría de los sólidos es su estructura cristalina, en la que los átomos están distribuidos en posiciones regulares que se repiten de forma geométrica. La distribución específica de los átomos puede deberse a una variada gama de fuerzas. Por ejemplo, algunos sólidos como el cloruro de sodio o sal común se mantienen unidos por enlaces iónicos debidos a la atracción eléctrica entre los iones que componen el material.

En otros, como el diamante, los átomos comparten electrones, lo que da lugar a los llamados enlaces covalentes.

Las sustancias inertes, como el neón, no presentan ninguno de esos enlaces. Su existencia es el resultado de las llamadas fuerzas de van der Waals, así llamadas en honor al físico holandés Johannes Diderik van der Waals. Estas fuerzas aparecen entre moléculas o átomos neutros como resultado de la polarización eléctrica. Los metales, por su parte, se mantienen unidos por lo que se conoce como gas electrónico, formado por electrones libres de la capa atómica externa compartidos por todos los átomos del metal y que definen la mayoría de sus propiedades.

Los niveles de energía definidos y discretos permitidos a los electrones de átomos individuales se ensanchan hasta convertirse en bandas de energía cuando los átomos se agrupan densamente en un sólido. La anchura y separación de esas bandas definen muchas de las propiedades del material. Por ejemplo, las llamadas bandas prohibidas, en las que no pueden existir electrones, restringen el movimiento de éstos y hacen que el material sea un buen aislante térmico y eléctrico. Cuando las bandas de energía se solapan, como ocurre en los metales, los electrones pueden moverse con facilidad, lo que hace que el material sea un buen conductor de la electricidad y el calor. Si la banda prohibida es estrecha, algunos de los electrones más rápidos pueden saltar a la banda de energía superior: es lo que ocurre en un semiconductor como el silicio. En ese caso, el espacio entre las bandas de energía puede verse muy afectado por cantidades minúsculas de impurezas, como arsénico. Cuando la impureza provoca el descenso de una banda de energía alta, se dice que es un donante de electrones, y el semiconductor resultante se llama de tipo n. Cuando la impureza provoca el ascenso de una banda de energía baja, como ocurre con el galio, se dice que es un aceptor de electrones. Los vacíos o 'huecos' de la estructura electrónica actúan como si fueran cargas positivas móviles, y se dice que el semiconductor es de tipo p. Numerosos dispositivos electrónicos modernos, en particular el transistor, desarrollado por los físicos estadounidenses John Bardeen, Walter Houser Brattain y William Bradford Shockley, están basados en estas propiedades de los semiconductores.

Las propiedades magnéticas de los sólidos se deben a que los electrones actúan como minúsculos dipolos magnéticos. Casi todas las propiedades de los sólidos dependen de la temperatura.

La resistencia eléctrica suele decrecer al disminuir la temperatura, y en algunos materiales denominados superconductores desaparece por completo en las proximidades del cero absoluto. Éste y muchos otros fenómenos observados en los sólidos dependen de la cuantización de la energía, y la mejor forma de describirlos es a través de 'partículas' efectivas con nombres como fonón, polarón o magnón.

ANALISIS DIMENSIONAL

Conceptos y Aplicaciones

1.-DEFINICÍON

Es la parte de la física que estudia la relación entre las diversas magnitudes y las operaciones matemáticas que se producen entre ellas.

2.-MAGNITUD FÍSICA

Se denomina así a todo aquello que podamos MEDIR, cuantificar y por lo tanto podemos expresar mediante un número y una unidad respectiva.

Ejem:

- 2 metros, 4 kilogramos, 3 newton.

Clasificación de las Magnitudes

Según su origen:
(*) Magnitudes Fundamentales
(*) Magnitudes Derivadas

Según su naturaleza:
(*) Magnitudes Escalares
(*) Magnitudes Vectoriales

a) MAGNITUDES FUNDAMENTALES

Llamados también magnitudes base y reconocidas por el Sistema Internacional de Unidades (S.I) sirven para formar todas las magnitudes existentes, se reconocen siete magnitudes fundamentales a saber:

MAGNITUD	UNIDAD	DIMENSION
Longitud	Metro (m)	L
Masa	Kilogramo (kg)	M
Tiempo	Segundo (s)	T
Temperatura Termodinámica	Kelvin (K)	θ
Intensidad de Corriente Eléctrica	Ampere (A)	I
Intensidad Luminosa	Candela (Cd)	J
Cantidad de Sustancia	Mol (Mol)	N

b) MAGNITUDES DERIVADAS

Son aquellas que se forman al asociar dos o más magnitudes fundamentales mediante una multiplicación ó división.

Ejem:

$$\text{RAPIDEZ} = \frac{\text{LONGITUD (L)}}{\text{TIEMPO (T)}} = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Formula dimensional

Designamos con este nombre a aquellas relaciones de igualdad, mediante las cuales una magnitud derivada queda expresada en base a las magnitudes fundamentales de un modo general.
Así, si "x" es una magnitud derivada:

$$\boxed{|x| = L^a.\ M^b.T^c.\ O^d.\ I^e.\ J^r.\ N^g}$$

MAGNITUD DERIVADA	FÓRMULA	FORMULA DIMENSIONAL
ÁREA (A)	A = (longitud)^2	$[A] = L^2$
VOLUMEN (Vol)	Vol = (longitud)^3	$[Vol] = L^3$
VELOCIDAD ($\vec{V}$)	$\vec{V} = \frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}$	$[\vec{V}] = LT^{-1}$
ACELERACIÓN($\vec{a}$)	$\vec{a} = \frac{\text{velocidad}}{\text{tiempo}}$	$[\vec{a}] = LT^{-2}$
FUERZA ($\vec{F}$)	$\vec{F}$ = masa aceleración	$[\vec{F}] = MLT^{-2}$
TRABAJO (W)	W=fuerza distancia	$[W] = ML^2T^{-2}$
ENERGÍA (E)	E = W	$[E] = ML^2T^{-2}$
POTENCIA (Pot)	$Pot = \frac{\text{trabajo}}{\text{tiempo}}$	$[Pot] = ML^2T^{-3}$
CAUDAL (Q)	$Q = \frac{\text{volumen}}{\text{tiempo}}$	$[Q] = L^3T^{-1}$
DENSIDAD (D)	$D = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$	$[D] = ML^{-3}$
GRAVEDAD ($\vec{g}$)	$\vec{g}$ = aceleración	$[\vec{g}] = LT^{-2}$
PESO ($\vec{P}$)	Peso = (masa). g	$[\vec{P}] = MLT^{-2}$

Peso Específico (γ)	$\gamma = \dfrac{\text{peso}}{\text{volumen}}$	$[\gamma] = ML^{-2}T^{-2}$
Presión ($\vec{P}$)	$\vec{P} = \dfrac{\text{fuerza}}{\text{área}}$	$[\vec{P}] = ML^{-1}T^{-2}$
Torque (T)	T= Fuerza . distancia	$[T] = ML^{2}T^{-2}$
Calor (Q)	Q=Energía	$[Q] = ML^{2}T^{-2}$
Periodo (T)	T = tiempo	$[T] = T$
Frecuencia (f)	$f = \dfrac{1}{\text{tiempo}}$	$[f] = T^{-1}$
Velocidad angular ($\vec{\omega}$)	$\vec{\omega}$ = frecuencia angular	$[\vec{\omega}] = T^{-1}$
Aceleración Angular($\vec{\alpha}$)	$\vec{\alpha} = \dfrac{\omega}{\text{tiempo}}$	$[\vec{\alpha}] = T^{-2}$
Impulso ($\vec{I}$)	($\vec{I}$) = fuerza . tiempo	$[\vec{I}] = MLT^{-1}$
Carga Eléctrica (q)	q = I . tiempo	[q] =I.T
Intensidad de Carga Eléctrica ($\vec{E}$)	$\vec{E} = \dfrac{F}{q}$	$[\vec{E}] = MLT^{-3}I^{-1}$
Potencial Eléctrico (V)	$V = \dfrac{\text{trabajo}}{\text{carga}}$	$[V] = ML^{2}T^{-3}I^{-1}$
Resistencia Eléctrica (R)	$R = \dfrac{\text{Potencial}}{I}$	$[R] = ML^{2}T^{-3}I^{-1}$

CARACTERÍSTICAS

Todo número, ángulo o función trigonométrica que se encuentra como coeficiente, tiene como ecuación dimensional igual a la unidad.

Ejemplo: Ec. Dimensional

1) 20kg → [20kg] = 1
2) Sen30° → [Sen30°]=1
3) π/5 → [π/5] = 1

- Todo número o función trigonométrica que se encuentra como componente conserva su valor.

Ejemplo: Ec. Dimensional

1) 20^{Senx} → $[20]^{senx} = [1]^{senx} = 1$
2) P^3 → $[P]^3 = (ML^{-1}T^{-2})^3 = M^3L^{-3}T^{-6}$

Donde: "P" es presión.

- Las ecuaciones dimensionales cumplen con todas las reglas del álgebra excepto la suma y la resta.

Ejemplo:

$A - B \rightarrow [A - B] \neq [A] - [B]$
$A + B \rightarrow [A + B] \neq [A] + [B]$

Donde A y B son magnitudes conocidas.

PRINCIPIO DE HOMOGENEIDAD

En toda ecuación dimensional para que se encuentre correctamente escrita, todos sus miembros deben tener las mismas dimensiones.
Ejemplo: "GENERAL"

Si:

$$\boxed{A + B = C - D \rightarrow [A] = [B] = [C] = [D]}$$

Aplicación:

$$\boxed{d = V.t + \frac{at^2}{2}} \rightarrow \text{Ec. Dimensional Homogénea}$$

$$[d] = [v.t] = \left[\frac{at^2}{1}\right]$$

$$L = LT^{-1}.T = LT^{-2}T^2$$

$$L = L = L$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Determina la formula dimensional de "x".

X= A. B

A: Masa B: Área

Solución:

Si: x = A . B
[x] = [A . B]
$[x] = [M . L^2]$

$\therefore \boxed{[x] = ML^2}$

2.- Determina la formula dimensional de "Y".

Y = C. D

C : fuerza D : longitud

Solución:

Y = C . D
C = fuerza → [C] = [F]
$[C] = M.LT^{-2}$
[D] = [L]
Luego: [Y] = [C . D]
$[Y] = MLT^{-2}.L$

$\therefore \boxed{[Y] = ML^2T^{-2}}$

3.- Determina la formula dimensional de "x".

$x = A^2. B$

A: velocidad B: densidad

Solución:

$[x] = [A^2 . B]$... (1)

$[A] = LT^{-1} \rightarrow [A]^2 = L^2T^{-2}$

$[B] = \dfrac{M}{L^3} = ML^{-3}$

Reemplazando en (1)

$[x] = L^2T^{-2}.ML^{-3}$

$\therefore \boxed{[x] = ML^{-1}T^{-2}}$

4.- Determina la fórmula dimensional de "x".

$$X = \frac{A\ .\ B}{C}$$

A: área B: impulso C: caudal

Solución:

$$[x] = \left[\frac{A\ .\ B}{C}\right]$$

* $[A] = L^2$

* $[B] = [\ F\ .\ t] = MLT^{-1}$

* $[C]$=caudal $(Q) = \left[\frac{Volumen}{Tiempo}\right] = L^3T^{-1}$

Reemplazando en (1)

$$[x] = \frac{L^2.MLT^{-1}}{L^3T^{-1}}$$

$$\therefore \boxed{[x] = \frac{L^3M}{L^3} = M}$$

5.- Calcula la fórmula dimensional de "W".

$$W = \frac{U\ .\ V}{R}$$

U: volumen V: velocidad R: energía

Solución:

$$[W] = \left[\frac{U.V}{R}\right] = \frac{[U].[V]}{[R]} \ ......\ (1)$$

- $[U]=L^3$
- $[V]=LT^{-1}$
- $[R]$=[Energía] ó [Trabajo] $= ML^2T^{-2}$

Reemplazando en (1)

$$\therefore\ [W] = \frac{L^3.LT^{-1}}{ML^2T^{-2}} = \boxed{M^{-1}L^2T}$$

6.- Calcula la formula dimensional de "x".

$$x = \frac{A\ .\ B\ .\ D}{P}$$

A: altura B: fuerza

P: presión D: densidad

Solución:

$$[\ x\ ] = \left[\frac{A.B.D}{P}\right] = \frac{[A].[B].[D]}{[P]} \ ....\ (1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ [A] = L \\ \bullet\ [B]\ MLT^{-2} \\ \bullet\ [D] = ML^{-3} \\ \bullet\ [P] = ML^{-1}T^{-2} \end{array}\right\} \text{Reemplaz. en (1)}$$

$$[x] = \frac{L.MLT^{-2}.ML^{-3}}{ML^{-1}T^{-2}} = \frac{ML^{-1}}{L^{-1}}$$

$$\therefore \boxed{[x] = M}$$

7.- Si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta. Halla las dimensiones de "B".

$$\frac{5B^2+7Log4 \times E}{80.P} - 14x^3 = \frac{2A-7m}{51L}$$

Donde: P = presión, l = Longitud

M = Masa

Solución:

Por teoría la Ec. dimensional de un número constante es igual a la unidad. Luego E; x; A son constantes tomando las expresiones dimensionales.

$$\frac{[5B^2]}{[P]} = \frac{[7M]}{[51L]} \rightarrow \frac{[B^2]}{[P]} = \frac{[M]}{[L]}$$

Reemplazando su valor dimensional.

P = Presión: $ML^{-1}T^{-2}$

M = Masa: M

L = Long.: L

$$B^2 = \frac{P.M}{L} = \frac{ML^{-1}T^{-2}.M}{L} = M^2L^{-2}T^{-2}$$

Luego:

$$[B] = (M^2L^{-2}T^{-2})^{1/2}$$

$$\therefore \boxed{[B] = ML^{-1}T^{-1}}$$

8.- Si la ecuación esta correctamente escrita halla las dimensiones de A.

$$F = \frac{(Sen30°-A)^2}{P.\pi}$$

Donde F = fuerza; P= presión

Solución:

$$[F] = \frac{[Sen30°]^2}{[P.\pi]} = \frac{[A]^2}{[P.\pi]}$$

$$[F] = \frac{[A]^2}{[P]} \ .....(1)\ ;$$

Sabemos que $[\pi] = 1$

$[F] = MLT^{-2}$

$[P] = ML^{-1}T^{-2}$

Luego:

$$MLT^{-2} = \frac{[A]^2}{ML^{-1}T^{-2}}$$

$$M^2L°T^{-4} = [A]^2$$

$$[A] = (M^2T^{-4})^{1/2}$$

$$\therefore \boxed{[A] = MT^{-2}}$$

9.- Si la ecuación es homogénea halla las dimensiones de "x".

$$x = \frac{A.Q.t}{v}$$

Donde:

A = área

Q = caudal

t = temperatura

V = velocidad

Solución:

$$[x] = \frac{[A].[Q].[t]}{[v]} \ ....(1)$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ [A] = L^2 \\ \bullet\ [Q] = L^3T^{-1} \\ \bullet\ [t] = \theta \\ \bullet\ [V] = LT^{-1} \end{array}\right\} \text{Reemplazando en (1)}$$

$$[x] = \frac{L^2.L^3.T^{-1}.\theta}{LT^{-1}} = \frac{L^2.L^3.\theta}{L}$$

$$\therefore \boxed{[x] = L^4\theta}$$

10.- Si la Ec. esta correctamente escrita halla las dimensiones de "y".

$$V_f^2 = V_o^2 + 2a\ .y$$

Donde:

Vf = velocidad final

a = aceleración

V_o = velocidad inicial

Solución:

$$\underbrace{[V_f]^2 = [V_0]^2 = [2ay]}_{(I)} \rightarrow [2] = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ [V] = LT^{-1} \\ \bullet\ [a] = LT^{-2} \end{array}\right\} \text{en (I)}$$

$(LT^{-1})^2 = LT^{-2}.[y]$

$L^2T^{-2} = LT^{-2}[y]$

$$\therefore \boxed{[y] = L}$$

11.- Si la ecuación homogénea está correctamente escrita halla las dimensiones de k.

$$k = \frac{(180\pi + n.t)^{Sen30°}}{A}$$

Donde:
n = # de moles
t = temperatura
A = amper.

Solución:

$$[k] = \frac{[180\pi]^{Sen30°}}{A} = \frac{[n.t]^{Sen30°}}{A}$$

$$[k] = \frac{([n].[t])^{1/2}}{[A]} \text{ ...... (I)}$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ [n] = N \\ \bullet\ [t] = \theta \\ \bullet\ [A] = I \end{array}\right\} \text{ en (I)}$$

$$[k] = \frac{(N.\theta)^{1/2}}{I}$$

$$\therefore \boxed{[k] = N^{1/2}\ \theta^{1/2}.\ I^{-1}}$$

12.- Halla [x] si :

$$x = nV - \frac{A}{120 - Sen\pi}$$

Donde: V = velocidad

Solución:

La Ec. es homogénea.

Luego: n; A; Senπ y 120 son constantes.

Nos quedará:

$[x] = [v]$

$$\therefore \boxed{[x] = LT^{-1}}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Calcula [K]

$$k = \frac{a^2.b}{(c - 25)}$$

a → altura
b → área

a) L^4 b) L^4 c) L^2
d) L e) L^5

2.- Hallar [K]

$$K = 2nP^{2n}$$

P → adimensional

a) L b) L^2 c) L^3
d) 1 e) L^{-1}

3.- Halla [A]/[B] si la siguiente ecuación es dimensionalmente correcta :

$$A = v^2 + BC$$

C → fuerza

a) MLT^{-2} b) MLT c) T^{-2}
d) $T^{-2}L^{-2}$ e) Faltan datos

4.- Calcula la ecuación dimensional del peso de un cuerpo.
(m → masa)

a) M b) MLT c) MLT^{-2}
d) L^2 e) LT^{-2}

5.- Cuando un cuerpo es lanzado sobre una superficie horizontal rugosa experimenta una fuerza opuesta a su movimiento llamada rozamiento.

Calcula la ecuación dimensional de rozamiento.

a) F b) MLT^{-2} c) LT^{-2}
d) M^2 e) M

6.- Halla : [A] si :

$$B = AC;\ C = \frac{95v^2}{2}$$

v → volumen
B → área

a) L^{-4} b) L^2 c) L^6
d) L e) L^{-2}

7.- Si la siguiente expresión es adimensional, halla [K]

$$\frac{ABK}{C^2}$$

A → fuerza
C → masa
B → tiempo

a) $ML^{-1}T$ b) MLT^{-2} c) LT^{-2}
d) MLT e) LT^{-1}

8.- Halla : [k]

$$k = xy - z$$

x → 4 Newtons
y → 15 litros

a) ML^4T^{-2} b) MLT^{-2} c) L^4
d) MLT e) L^3

9.- De problema anterior hallar [z] :

a) ML^4T^{-2} b) 1 c) L^3
d) T^{-2} e) MLT^{-2}

10.- Hallar [a.b.c] si :

$V = \frac{a}{t} + \frac{h+b}{c}$ es dimensionalmente correcta.

v → volumen
t → tiempo
h → altura

a) LT b) L^2T c) LT^{-1}
d) T^{-1} e) T^{-2}

11.- Halla [k] si :

$a = k\ v\ e^{kt}$ es dimensionalmente correcto.

a → aceleración
e → adimensional
v → velocidad

a) T^{-2} b) T^{-3} c) T^{-1}
d) T e) T^{-4}

12.- Halla [x] si :

$$F = x\ k\ e^{2ka};$$

F → fuerza
a → área
e → adimensional

a) LT^{-2} b) MLT^{-2} c) LT^{-4}
d) ML^3T^{-2} e) LT^{-1}

13.- Calcula [y]

$$W = \frac{D}{y}(A^2 - 2)$$

D → densidad
W → trabajo

a) LT^{-2} b) LT c) $L^{-5}T^2$
d) LT^{-1} e) LT^{-3}

14.- Calcula : [z]

$$Z = PK + \frac{x}{p - y}$$

y → masa
k → aceleración

a) M b) MLT^{-2} c) LT^{-2}
d) 1 e) LT

15.- Halla [N] :

$$N = Ke^2(bc - a^2)$$

a → diámetro
e → adimensional
k → presión

a) LT^{-2} b) LT c) LT^{-1}
d) L e) MLT^{-2}

16.- Del problema anterior si :
(c→ altura)

Halla [b]

a) L b) L^{-1} c) L^3
d) L^2 e) L^{-2}

17.- En un movimiento circular un cuerpo experimenta una fuerza resultante llamada fuerza centrípeta (fcp) que depende de la masa (m) de la velocidad (v) y del radio de giro (R). Halla las fórmulas de la fcp.

a) MVR b) $\frac{MV^2}{R}$ c) MR
d) $\frac{MV}{R}$ e) MV^2

18.- Cuando un cuerpo adquiere movimiento (velocidad) se dice que posee energía cinética (E_k) que depende de la masa (M) y la velocidad (V). Halla la fórmula de la E_K.

$$([E_k] = ML^2T^{-2})$$

a) $\frac{MV}{2}$ b) $\frac{MV^2}{2}$ c) $\frac{MV^3}{2}$
d) $\frac{M}{2}$ e) $\frac{V^2}{2}$

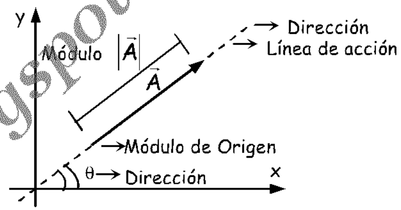
CLAVES				
1)a	2)d	3)a	4)c	5)b
6)a	7)a	8)a	9)a	10)a
11)c	12)b	13)c	14)b	15)e
16)a	17)b	18)b		

ANALISIS VECTORIAL
Conceptos y Aplicaciones

VECTOR

Es un ente matemático que gráficamente se representa por un segmento de recta orientado.

- La física utiliza los vectores para representar las magnitudes vectoriales.



- En general un vector se representa de la siguiente forma.

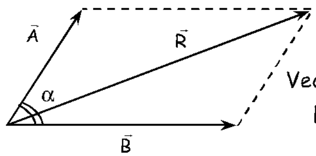
$$\boxed{\vec{A} = A \angle \theta}$$

A = Módulo del vector $\vec{A}$
θ = Dirección del vector $\vec{A}$

MÉTODOS PARA CALCULAR LA RESULTANTE

a) MÉTODO DEL PARALELOGRAMO

Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores concurrentes y coplanares que tienen un mismo punto de origen.
Gráficamente se construye un paralelogramo trazando paralelas a los vectores. El vector resultante se traza uniendo el origen de los vectores con la intercepción de las paralelas.



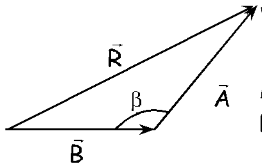
Vector resultante:
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$
Módulo de R:

$$\boxed{R^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos\alpha}$$

Casos Particulares:
a) Si α=0°(A↑↑B)→ R = A + B = $R_{máxima}$
b) Si α=180°(A↑↓B)→ R = A - B = $R_{mínima}$
c) Si α = 90° (A⊥ B) → R = $\sqrt{A^2+B^2}$

b) MÉTODO DEL TRIÁNGULO

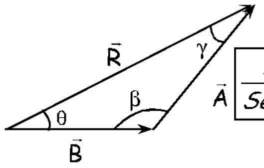
Se utiliza para calcular la resultante de dos vectores concurrentes y coplanares que están uno a continuación del otro.
Gráficamente se construye un triángulo, trazando el vector resultante desde el origen del primer vector hasta el extremo del segmento vector.



Vector resultante:
$\vec{R} = \vec{B} + \vec{A} = \vec{A} + \vec{B}$
Módulo de $\vec{R}$
$R^2=A^2+B^2-2ABCos\,\beta$

Donde β = 180° - α. Cosβ= -Cosα

Nota: En el triángulo vectorial también se cumple la ley de Senos.

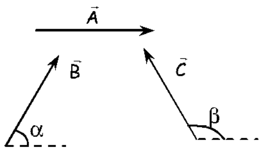


$$\frac{A}{Sen\theta}=\frac{B}{Sen\gamma}=\frac{C}{Sen\beta}$$

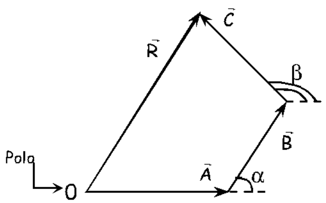
c) MÉTODO DEL POLÍGONO

Se utiliza para calcular la resultante de un conjunto de vectores concurrentes y coplanares.
Es un método grafico que utiliza escalas apropiadas y consiste en trazar los vectores uno a continuación del otro manteniendo sus características. El vector resultante ($\vec{R}$) se traza uniendo el origen del primer vector con el extremo del último vector.

Ejem. Sean $\vec{A}$,$\vec{B}$ y $\vec{C}$ vectores

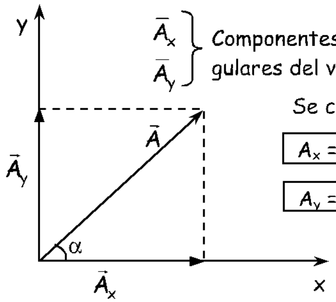


Construimos el polígono vectorial



COMPONENTES RECTANGULARES DE UN VECTOR

Son aquellos vectores que resultan de proyectar un vector sobre dos (o tres) ejes perpendiculares entre sí.



$\vec{A}_x$, $\vec{A}_y$ } Componentes rectangulares del vector A

Se cumple que:

$\boxed{A_x = ACos\alpha}$

$\boxed{A_y = ASen\alpha}$

d) MÉTODO DE LAS COMPONENTES RECTANGULARES

Permite calcular el módulo y la dirección de la resultante de un conjunto de vectores .Pasos a seguir.

1° Se halla las componentes rectangulares.
2° Se calcula la resultante en cada uno de los ejes coordenadas (Rx, RY)
3° Se calcula el módulo de la resultante aplicando Pitágoras y su dirección aplicando la función tangente.

$$\boxed{R=\sqrt{Rx^2+Ry^2}} \qquad \boxed{Tg\theta=\frac{R_y}{R_x}}$$

VECTOR UNITARIO. Es aquel vector cuyo módulo es la unidad y tiene por misión indicar la dirección y sentido de un determinado vector.

$$\vec{u}_A=\frac{\vec{A}}{A} \qquad \vec{A}=A\vec{u}_x$$

VECTORES UNITARIOS RECTANGULARES:

$\vec{i}=(1,0)$, $-\vec{i}=(-1,0)$, $\vec{j}=(0,1)$ y $-\vec{j}=(0,-1)$

$\vec{A}=(A_x,A_y)=A_x\vec{i}+A_y\vec{j}$

PROBLEMAS RESUELTOS

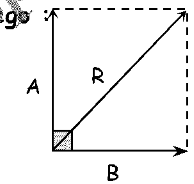
1.- La resultante máxima de dos vectores es 18 y la suma mínima de los mismos es 6. Calcula el módulo de la resultante cuando forman los vectores 90°.

Solución:

Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$

$$\begin{aligned} Smax &= A + B = 18 \\ Smin &= A - B = 6 \\ \hline 2A &= 24 \\ A &= 12 \\ B &= 6 \end{aligned}$$

Luego :

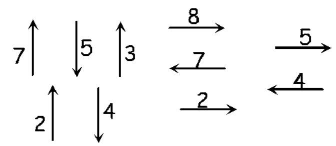


Por el teorema de Pitágoras:
$R^2 = A^2 + B^2$

$R^2=(12)^2+(6)^2 \rightarrow R = \sqrt{144+36}$

$\therefore \boxed{R = 6\sqrt{5}}$

2.- Calcula la resultante del sistema de vectores mostrados.



Solución:

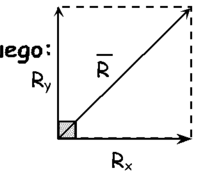
Eje "x": $\vec{R}_x = 8 + 5 + 2 - 4 - 7 = 4$

$\vec{R}_x = 4$

Eje "y": $\vec{R}_y = 7 + 3 + 2 - 5 - 4 = 3$

$\vec{R}_y = 3$

Luego:

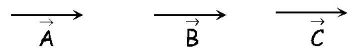


Por el teorema de Pitágoras:
$R^2 = R_x^2 + R_y^2$

$R^2 = (4)^2 + (3)^2 = 16 + 9$

$\therefore \boxed{R = \sqrt{25} = 5}$

3.- Calcula R : si :
$\vec{R} = 3\vec{A} - 2\vec{B} - \vec{C}$



A = 5; B = 4; C = 3

Solución:

Reemplazando los módulos con sus respectivos signos.

$\vec{R} = 3(5) - 2(4) - (3)$

$\vec{R} = 15 - 8 - 3 = 15 - 11$

$\vec{R} = 4(\rightarrow)$

$\therefore \boxed{R = 4}$

4.- Si la suma máxima de dos vectores es 28 y el cociente de sus módulos es 4/3. Calcula el módulo del mayor.

Solución:

Sean los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$

Smax = $\vec{A} + \vec{B}$ = 28.... (1)

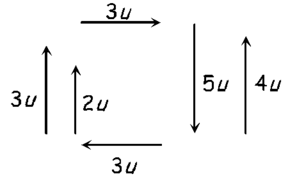
$$\frac{A}{B}=\frac{4k}{3k}$$

$\left.\begin{aligned} A &= 4k \\ B &= 3k \end{aligned}\right\}$ **Reemplazando en (1)**

$4k + 3k = 28$
$k = 4$

$\therefore$ **El mayor es 4k = 16**

5.- Calcula la resultante en el siguiente sistema.



Solución:

Eje "x" : → (+) ; ← (-)

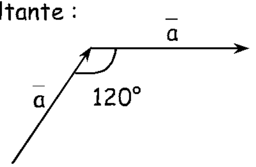
$\vec{R}_x = 3 - 3 = 0$

Eje "y" : ↑(+) ; ↓(-)

$\vec{R}_y = 4 + 3 + 2 - 5 = 4$

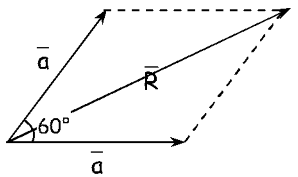
$\therefore \boxed{R = 4u\ (\uparrow)}$

6.- En la figura calcula el valor de la resultante :



Solución:

Ordenando el sistema



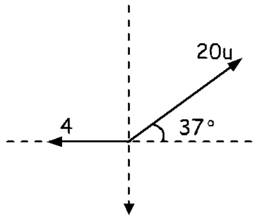
Por el método del paralelogramo

$$R = \sqrt{a^2+a^2+2(a)(a)Cos60°}$$

$$R = \sqrt{2a^2+2a^2.\frac{1}{2}}=\sqrt{3a^2}$$

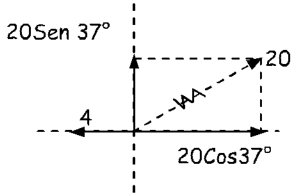
$\therefore \boxed{R = a\sqrt{3}}$

7.- Halla la resultante en :



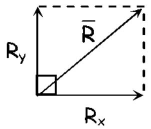
Solución:

Descomponiendo el vector de módulo 20u.



$\vec{R}_x = 20Cos37° - 4$
$= 20 \times 4/5 - 4 = 12\ (\rightarrow)$

$\vec{R}_y = 20Sen37°$
$= 20 \times 3/5 = 12\ (\uparrow)$

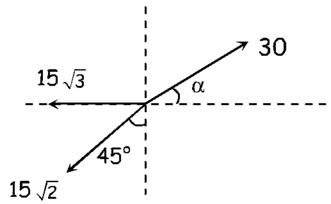


⇨ **Por el teorema de Pitágoras.**

$$R = \sqrt{(12)^2+(12)^2}$$

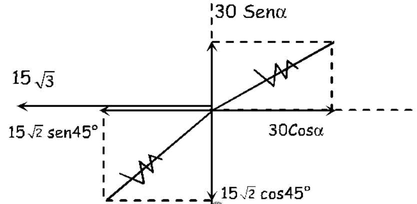
$\therefore \boxed{R = 12}$

8.- Halla el ángulo "α" si la resultante se encuentra sobre el eje"x".



Solución:

Descomponiendo el vector de módulo 30 y $15\sqrt{2}$.



Por dato: $\vec{R}_y = 0$

Luego :

$15\sqrt{2}\ Cos45° = 30Sen\alpha$

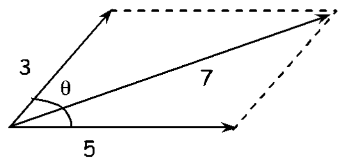
$15\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 30Sen\alpha$

$\frac{15}{30} = Sen\alpha \rightarrow Sen\alpha = 1/2$

$\therefore \boxed{\alpha = 30°}$

9.- Se tienen dos vectores coplanares y concurrentes cuyos módulos son 3 N y 5 N respectivamente. Determinar el ángulo que ellos deben formar entre sí para que su vector suma tenga por módulo 7 N.

Solución:



$R^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos\theta$

$7^2 = 3^2 + 5^2 + 2(3)(5)\ Cos\theta$

$49 = 34 + 30Cos\theta$

$15 = 30Cos\theta$

$Cos\theta = \frac{1}{2}$

$\therefore \boxed{\theta = 60°}$

10.- La resultante mínima de dos vectores es cero y u resultante máxima igual a 30μ. ¿Cuál debe ser el módulo de su resultante cuando los citados vectores formen un ángulo entre si de 106°?

Solución:

Sean los vectores $\bar{A}$ y $\bar{B}$

$Rmin = 0 = \bar{A} - \bar{B}$ ⇨ $A = 15$

$Rmax = 30 = \bar{A} + \bar{B}$ ⇨ $B = 15$

$R^2 = A^2 + B^2 + 2ABCos106°$

$R^2 = 15^2+15^2+2(15)(15)(-Sen16°)$

$R^2 = 2(15)^2 - 2(15)2x\frac{7}{25}$

$R^2 = 2x(15)^2 - 2.\frac{15.15.7}{5.5}$

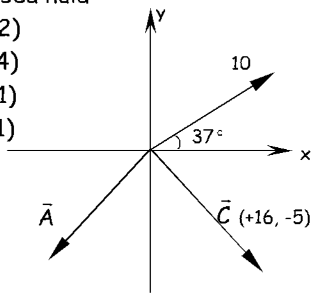
$R = \sqrt{450-126} = \sqrt{324}$

$\therefore \boxed{R = 18}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

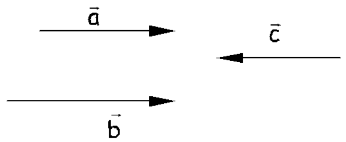
1.- Calcular el par ordenado que representa al vector $\vec{A}$ de modo que la resultante del conjunto de vectores sea nula

a) (-24, -2)
b) (-1, -24)
c) (-24, -1)
d) (-12; -1)
e) (-6;-1)



2.- Dado el conjunto de vectores, hallar: $\vec{R} = 2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$ sabiendo que: $|\vec{a}|=3$; $|\vec{b}|=7$ $|\vec{C}|=+4$.

a) 1
b) 2
c) -1
d) -2
e) 3



3.- Calcular $\vec{F}_1$, si la fuerza resultante del conjunto de fuerzas es cero. Si $\vec{F}_2=(4;3)$; $\vec{F}_3=(-3;4)$; $\vec{F}_4=(-8;-6)$, donde:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0$$

a) (7; -1) b) (-1, -7)
c) (-7; -1) d) (-7; 1) e) N.A.

4.- Hallar el módulo de $\vec{M}$. si dicho vector se define así: $|\vec{M}| = |\vec{F}_1 - \vec{F}_2 + \vec{F}_3 - \vec{F}_4|$ además: $\vec{F}_1=(24;18)$, $\vec{F}_2=(+14+25)$, $\vec{F}_3=(6,8)$, $\vec{F}_4=(+12;5)$

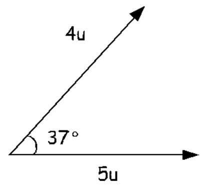
a) 4 b) $4\sqrt{3}$ c) -4
d) $4\sqrt{2}$ e) $2\sqrt{2}$

5.- Dado los vectores $\vec{A}=(4;2)$ y $\vec{B}=(2,6)$ Determinar el vector $|\vec{AB}|$

a) 2 b) -2 c) $-2\sqrt{5}$
d) $2\sqrt{5}$ e) N.A.

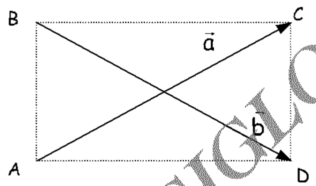
6.- Determinar el módulo de la diferencia de los vectores mostrados:

a) 2u
b) 3u
c) 4u
d) 3.5u
e) 6u

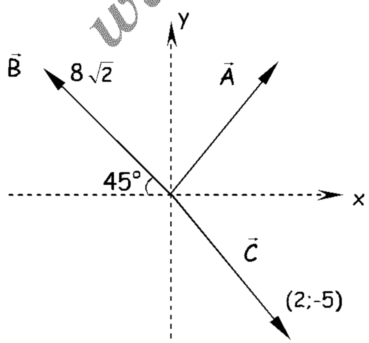


7.- Calcular la resultante del conjunto de vectores Si $\overline{AB}=4m$ y $BC=10m$; además: ABCD es un rectángulo

a) 5m
b) 10m
c) 15m
d) 8m
e) 20m



8.- En el sistema de vectores, el vector resultante tiene un módulo de 15 y posee una dirección de 53 calcular A

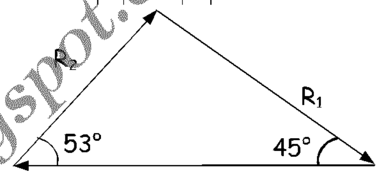


a) (-15;-9) b) (9;12) c) (15;9)
d) (3; 4) e) (5;3)

9.- Dos fuerzas coplanares dan una resultante máxima de 22u y una resultante mínima de 8u. Calcular el módulo del vector suma sí forman un ángulo de 53°

a) 10u b) 15u c) 20u
d) 25u e) 30u

10.- En el siguiente sistema de vectores calcular $|\vec{R}_1|$ Si: $|\vec{R}_2|=20u$.



a) $8\sqrt{2}$ b) 8 c) 16
d) $16\sqrt{2}$ e) F.D.

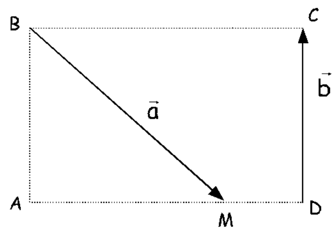
11.- Sea $\vec{A}=(2;3)$; $\vec{B}=(4;-3)$ y $\vec{C}=(-6,+6)$ Hallar: $|\vec{A}+2\vec{B}+\vec{C}|$.

a) 5 b) 3 c) 7
d) $\sqrt{7}$ e) 9

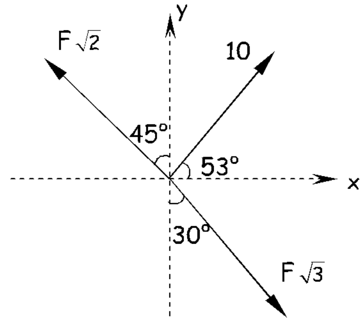
12.- Calcular el módulo de la resultante, si $\overline{AB}=3m$ y $\overline{BC}=7m$; ABCD es un rectángulo

Además: $\dfrac{AM}{MD}=\dfrac{5}{2}$

a) 1u
b) 3u
c) 5u
d) 4u
e) 2u



13.- Calcular el módulo de la resultante; se sabe que dicha resultante se encuentra a lo largo del eje X.



a) $8\sqrt{3}-10$ b) $8\sqrt{3}+16$ c) $16\sqrt{3}-8$
d) $16\sqrt{3}-16$ e) N.A.

14.- Se tiene dos vectores coplanares de módulos 4u y 2u. Que ángulo deben formar entre si para que el módulo de su vector suma sea $\sqrt{28}$ u.

a) 45° b) 30° c) 53°
d) 60° e) 37°

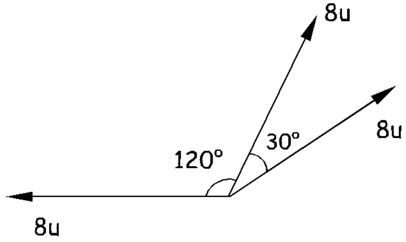
15.- Se tiene dos vectores de módulo 5u y 8u calcule la resultante cuando ambos vectores formen un ángulo de 120°.

a) 3u b) 5u c) 7u
d) 9u e) 8u

16.- La mínima resultante de dos vectores es 3u. Cuando forman 60° entre sí su resultante es $\sqrt{93}$. Calcular el valor de los vectores

a) 12 y 9 b) 8 y 5 c) 7 y 4
d) 6 y 3 e) N.A.

17.- Hallar el valor del vector resultante de los tres vectores mostrados



a) 8u b) 4u c) $4\sqrt{2}$ u
d) $8\sqrt{2}$ u e) 6u

18.- Si: $\overline{A}=\overline{B}=\overline{C}=6$.
Calcular: $|15A-15B-15C|$

a) 100 b) 90 c) 180
d) $90\sqrt{3}$ e) 12

19.- Si de uno de los vértices de un cuadrado de lado "a" se trazan vectores a los otros vértices. Hallar el módulo de la resultante

a) $a\sqrt{2}$ b) 2^a c) $a\sqrt{3}$
d) $2a\sqrt{3}$ e) $2a\sqrt{2}$

20.- Si ABCD es un paralelogramo y "M" es punto medio de AB. Hallar "x" en función de los vectores $\overline{a}$ y $\overline{b}$.

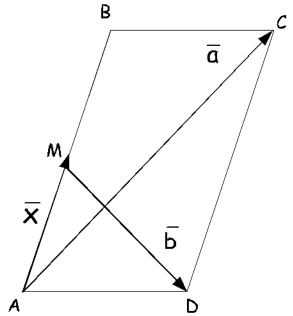
a) $\dfrac{\overline{a}-\overline{b}}{3}$

b) $\dfrac{\overline{a}+2\overline{b}}{5}$

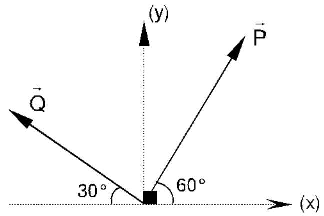
c) $\dfrac{-\overline{a}-2\overline{b}}{6}$

d) $\dfrac{\overline{a}-3\overline{b}}{7}$

e) $\dfrac{2\overline{a}-\overline{b}}{4}$



21.- 21).- En la figura $\overline{P}+\overline{Q}=(-\sqrt{3};3)$, sí $|\overline{P}|=m$ y $|\overline{Q}|=n$. Calcular: m+n



a) 3 b) $-\sqrt{3}+3$ c) $\sqrt{3}+3$
d) $3\sqrt{3}$ e) $-\sqrt{3}+5$

22.- Dos vectores se encuentran aplicados a un mismo punto. Si uno de ellos mide 15 u y el otro 7u Calcular el módulo del vector suma, si el ángulo formado por ellos mide 53°.
a) 20 b) 15 c) 10
d) 25 e)N.A.

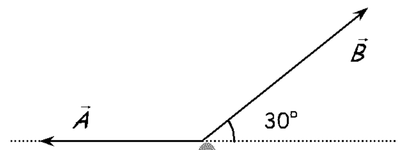
23.- Se tienen dos vectores coplanares y concurrentes cuyos módulos son 3 N y 5 N respectivamente. Determinar el ángulo que ellos deben formar entre sí para que su vector suma tenga por módulo 7 N.
a) 60° b) 30° c) 45°
d) 53° e) 74°

24.- La resultante de dos vectores es 20 u y forma con el vector de menor módulo un ángulo de 37°. Los vectores forman entre sí 53°. Calcular la medida de cada vector.
a) 15 y 7 b) 16 y 12 c) 16 y 9
d) 12 y 7 e) 12 y 9

25.- Determinar el ángulo que deben formar dos vectores A y B, para que el módulo de su resultante suma sea igual al de su resultante diferencia.

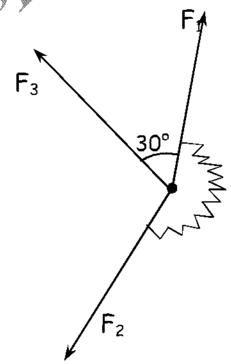
a) 45° b) 60° c) 90°
d) 75° e) 53°

26.- Hallar $|\vec{R}|$, si $\vec{R}=\vec{A}+\vec{B}$
$|\vec{A}|=2\sqrt{3}u$ y $|\vec{B}|=4u$



a) 1u b) 2u c) 3u
d) 4u e) 5u

27.- En el siguiente sistema de fuerzas calcular F_1, si $F_2=80\sqrt{3}$ N y F_3=F



a) 240N b) 120N c) 180N
d) 360N e) F.D

28.- El módulo de la diferencia de dos vectores A y B es igual al módulo del menor de ellos. ¿Hallar el ángulo que hacen los dos vectores, si:

$$\frac{|\overline{A}+\overline{B}|}{|\overline{A}-\overline{B}|}=\sqrt{5}$$

a) 30° b) 45° c) 60°
d) 53° e) 74°

29.- La mínima resultante de dos vectores es $4\sqrt{3}$ y cuando forman 60° entre si su resultante es: $\sqrt{93}$ ¿cuál será el módulo de la resultante cuando los vectores formen 90° entre si?
a) $\sqrt{78}$ b) $\sqrt{80}$ c) $\sqrt{69}$
d) 8 e) 10

30.- La resultante de dos vectores es $2\sqrt{7+2\sqrt{3}}u$. Calcular el ángulo que forman entre sí, siendo sus módulos igual a: $\sqrt{3}$u y 5u.
a) 30° b) 37° c) 45°
d) 53° e) 82°

CLAVES

1)c	2)a	3)a	4)d	5)d
6)b	7)e	8)c	9)c	10)d
11)a	12)c	13)b	14)d	15)c
16)c	17)d	18)b	19)e	20)a
21)c	22)a	23)a	24)a	25)c
26)b	27)a	28)b	29)a	30)b

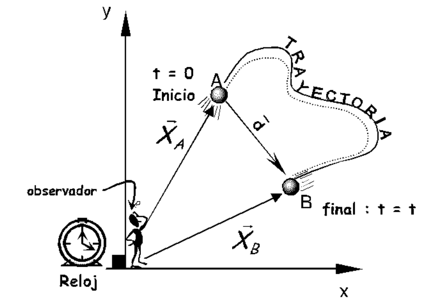
CINEMATICA
Conceptos y Aplicaciones

1. **Definición:** Estudia el movimiento mecánico sin considerar la causa de su movimiento.

2. **El movimiento:** Es la cualidad principal de la materia, porque la materia está en constante cambio.
Existen diversas formas de movimiento de la materia, desde los más simples hasta los más complejos, tales como: movimiento mecánico, movimiento térmico, movimiento electrónico. etc.

3. **Movimiento Mecánico:** Es el cambio de posición que experimenta un cuerpo con respecto de otro cuerpo denominado "cuerpo de referencia".

ELEMENTOS DEL MOVIMIENTO



$\vec{X}_A$ = Vector posición inicial

$\vec{X}_B$ = Vector posición final

Del gráfico:

$$\vec{X}_A + \vec{d} = \vec{X}_B \Rightarrow \vec{d} = \vec{X}_B - \vec{X}_A$$

$$\therefore \boxed{\vec{d} = \Delta \vec{X}}$$

Donde: $\Delta_x \vec{V}$ =Cambio de posición del móvil.

1.-**Móvil**.- Es el cuerpo que describe el movimiento mecánico.

2.-**Trayectoria**.- Es el lugar geométrico que describe el móvil al desplazarse respecto al sistema de referencia.

3.-**Desplazamiento** ($\vec{d}$).- Es el vector que nos indica el cambio de posición efectivo que experimenta el móvil.

4.-**Distancia** (d).- Es el módulo del vector desplazamiento.

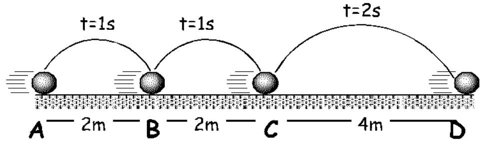
5.-**Recorrido**.- Es la medida de la longitud de la trayectoria entre dos puntos.

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORME (M.R.U)

1. **Definición**: Es aquel movimiento en el cual el móvil describe una trayectoria rectilínea y experimenta iguales recorridos en iguales intervalos de tiempo.

En todo M.R.U. la rapidez se mantiene constante en módulo y dirección.

2. **Interpretación Física:**



* **Tramo AB:** $\frac{d_{AB}}{t_{AB}} = \frac{2m}{1s} = 2m/s$

* **Tramo AC:** $\frac{d_{AC}}{t_{AC}} = \frac{4m}{2s} = 2m/s$

* **Tramo AD:** $\frac{d_{AD}}{t_{AD}} = \frac{8m}{4s} = 2m/s$

3. **Rapidez** ($\vec{V}$). Medida vectorial del movimiento mecánico. Mide la rapidez del cambio de posición que experimenta un móvil.

* Ec. Vectorial * Ec. Escalar

$$\boxed{\vec{V}_m = \frac{\vec{d}}{t}} \qquad \boxed{V = \frac{d}{t}}$$

Donde:

Unidades (S.I)

v : Módulo de la velocidad (m/s)

d : Distancia (m)

t : Intervalo de tiemp (s)

OBSERVACIÓN:

*** Si la dirección del movimiento es la misma se cumple: d = Recorrido**

$$\boxed{V_m = \frac{d_{total}}{t_{total}}}$$

Donde:

V_m : rapidez media ó rapidez sobre su trayectoria.

4. **Unidades**

d	m	km	cm
t	s	h	s
V	m/s	km/h	cm/s

5. **Equivalencias**

1 km = 1000m   1h = 60 min

1 m = 100cm   1min = 60 segundos

1 km = 10^5 cm   1h = 3600 segundos

6. **Conversión de Rapidez**

a) De: $\frac{km}{h}$ a $\frac{m}{s}$

$$18\ \frac{km}{h} \times \boxed{\frac{5}{18}} = 5\ m/s$$

$$36\ \frac{km}{h} \times \boxed{\frac{5}{18}} = 10\ m/s$$

* Convierte 90km/h a m/s.

$$\mathbf{V = 90 \times} \left(\frac{5}{18}\right) m/s$$

$$\mathbf{V} = \frac{90x5}{18} = 25 m/s$$

b) De: $\frac{m}{s}$ a $\frac{km}{h}$

$$20\ \frac{m}{s} \times \boxed{\frac{18}{5}} = 72\ km/s$$

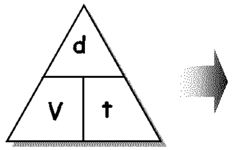
$$30\ \frac{m}{h} \times \boxed{\frac{18}{5}} = 108\ km/s$$

* Convierte 50m/s a km/h

$$\mathbf{V = 50 \times} \left(\frac{18}{5}\right) Km/h$$

$$\mathbf{V} = \frac{50x18}{5} = 180 Km/h$$

RESUMEN



- $d = V \cdot t$
- $V = \dfrac{d}{t}$
- $t = \dfrac{d}{v}$

Además :

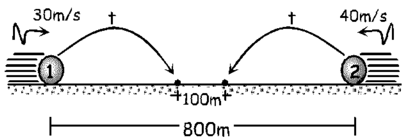
$V_{mp} = \dfrac{dtotal}{T.Total}$; rapidez media promedio.

$V_m = \dfrac{d}{T.Total}$; Vm = rapidez media.

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Dos móviles van al encuentro desde dos puntos distantes igual a 800m con rapideces constantes de módulos: 30m/s y 40m/s. Halla el tiempo que demoran para estar separados 100 m por primera vez.

Solución:



De la figura:

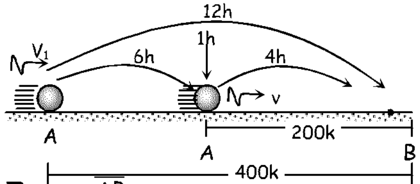
$$\underbrace{e_1}_{} + \underbrace{e_2}_{} = 700$$

$$30t + 40t = 700$$

$$\therefore \boxed{t = 10s}$$

2.- Un móvil debe recorrer 400km en 12 horas con M.R.U a la mitad del camino sufre un desperfecto que lo detiene 1 hora.
¿Con que rapidez debe continuar su marcha, para llegar 1 hora antes de lo establecido?

Solución:



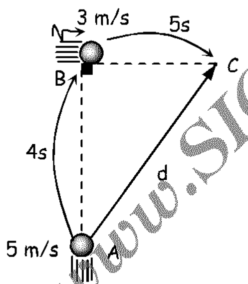
Tramo $\overline{AB}$

$$V = \frac{e}{t} \qquad V = \frac{200}{4h}$$

$$\therefore \boxed{V = 50\frac{km}{h}}$$

3.- Un bote navega en aguas tranquilas durante 4s. Con rapidez constante de 5m/s en dirección norte. Seguidamente se dirigen en dirección este con una rapidez constante de 3m/s durante 5s. Determina el recorrido y la distancia durante el tiempo que fue observado el bote.

Solución:



a) Calculo del recorrido (e)

$$\underbrace{e}_{} = \underbrace{e_{AB}}_{} + \underbrace{e_{BC}}_{}$$

$$e = 5 \times 4 + 3 \times 5$$

$$e = 35m$$

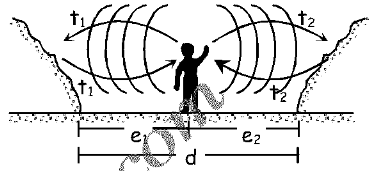
b) Calculo de la distancia (d)

$$d = e_{AC} \rightarrow d = \sqrt{20^2 + 15^2}$$

$$\therefore \boxed{d = 25m}$$

4.- Una persona ubicada entre 2 montañas emite un sonido al cabo de 2s escucha el primer eco y luego de 1s, escucha el segundo eco. Determina la separación entre las montañas.(V_{sonido}=340m/s en el aire)

Solución:



De la figura :

i) $t_1 + t_1 = 2s \rightarrow t_1 = 1s$

ii) $t_2 + t_2 = 3s \rightarrow t_2 = 1{,}5s$

$d = e_1 + e_2$

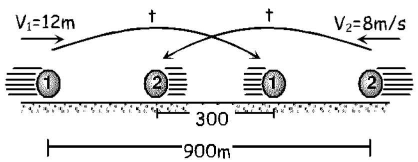
$d = V_s \cdot t_1 + V_s \cdot t_2 = 340\ (t_1 + t_2)$

$d = 340\ (1 + 1{,}5)$

$$\therefore \boxed{d = 850m}$$

5.- Dos móviles parten separados inicialmente 900m con rapidez constante de 12m/s y 8m/s en direcciones contrarias uno al encuentro del otro simultáneamente. Calcula el tiempo que transcurre hasta estar separados 300m por segunda vez.

Solución:



De la figura :

$$\underbrace{d_1}_{} + \underbrace{d_2}_{} = 1200$$

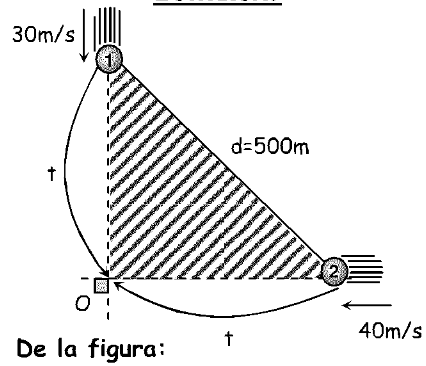
$$12 \cdot t + 8 \cdot t = 1200$$

$$20t = 1200$$

$$\therefore \boxed{t = 60s}$$

6.- Dos autos separados por una distancia de 500m parten con rapideces constantes de 30m/s y 40m/s en direcciones perpendiculares y dirigiéndose a un mismo punto. Luego de cuanto tiempo se cruzarán.

Solución:



De la figura:

$t_1 = t_2$

$d_1 = 30t$

$d_2 = 40t$

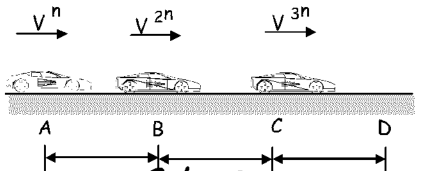
Luego: por el teorema de Pitágoras

$(40t)^2 + (30t)^2 = (500)^2$

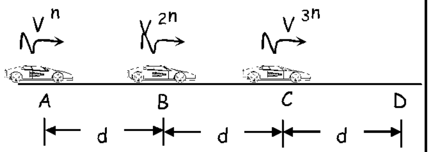
Resolviendo

$$\therefore \boxed{t = 10s}$$

7.- Un móvil recorre tramos iguales con rapideces constantes tal como se muestra en la figura. Determina la rapidez media del móvil durante todo su recorrido



Solución:



Sabemos que:

$$V_m = \frac{d}{t}$$

$$V_m = \frac{3d}{t_{AB}+t_{BC}+t_{CD}} = \frac{3d}{\frac{d}{V^n}+\frac{d}{V^{2n}}+\frac{d}{V^{3n}}}$$

$$V_m = \frac{3V^{3n}}{V^{2n}+V^n+1}$$

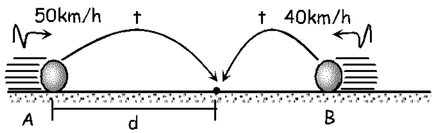
$$\therefore \boxed{V_m = \frac{3V^{3n}}{1+V^n+V^{2n}}}$$

8.- Dos puntos "A" y "B" distan entre si 100Km, de "A" sale un móvil que tardará dos horas en llegar a "B", de "B" sale otro móvil hacia "A", a donde llegará en 2,5 horas. Halla a qué distancia de "A" se cruzan.

Solución:

Según el enunciado:

$V_A = 50km/h$; $V_B = 40km/h$



d = ??

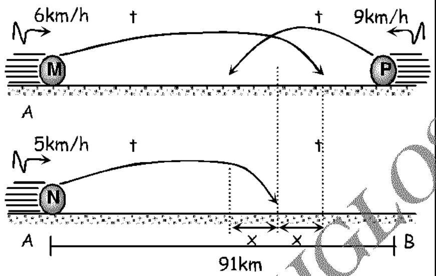
$$te = \frac{100}{50+40} = \frac{10}{9}h$$

$$d = 50 \times \frac{10}{9} = \frac{500}{9}km$$

$$\therefore \boxed{d = 55.6\ km}$$

9.- Dos móviles "M" y "N" parten simultáneamente desde una ciudad "A" hacia una ciudad "B", en ese mismo instante sale otro móvil "P" desde la ciudad "B". Se sabe que la distancia $\overline{AB}$ es 91Km y las rapideces constantes de los móviles son 6Km/h, 5Km/h y 9Km/h respectivamente. Calcula el tiempo en que "N" equidista de "M" y "P".

Solución:



De la figura :

i) $d_N + x = d_M$
$5t + x = 6t$
$t = x$

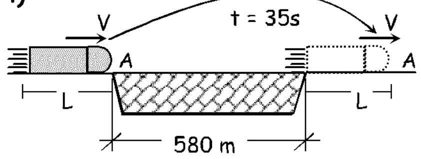
ii) $d_N - x + d_P = 91$
$5t - x + 9t = 91$
$13t = 91$

$$\therefore \boxed{t = 7h}$$

10.- Si un tren pasa por un puente de 580m completamente en 35s con rapidez constante. y frente a una persona en 6s.
Calcula la longitud del tren.

Solución:

i)

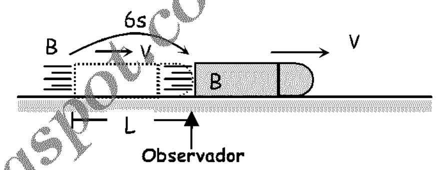


Para el punto "A" :

$\boxed{d = v.t}$

580 + L = v.35 ....(1)

ii)



Para el punto "B"

d = V.t

L = V × 6 .... (2)

Reempl. (2) en (1) :

580 + 6V = 35V

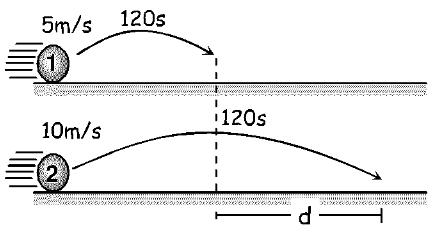
580 = 29 V → V = 20m/s.

$$\therefore \boxed{L = 120m}$$

11.- Dos amigos parten desde un mismo punto y en la misma dirección con rapideces iguales a 5m/s y 36m/h. Luego de 2 minutos que distancia los separará.

Solución:

Haciendo dos pistas paralelas para observar mejor lo que ocurrirá.



De la figura:

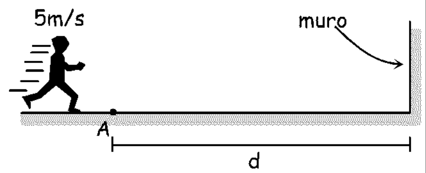
$d_2 - d_1 = d$...(1) → $\boxed{d = V.t}$

$10 \times 120 - 5 \times 120 = d$

$1200 - 600 = d$

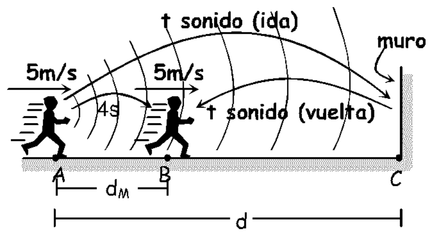
$$\therefore \boxed{d = 600m}$$

12.- Una persona se dirige hacia un muro con rapidez constante de 5m/s si lanza un grito cuando pasa por el punto "A". Calcula la distancia del punto "A" al muro si escucha el eco luego de 4s. (Vsonido = 340m/s)



Solución:

Según el enunciado el joven sigue su marcha hacia el muro con la misma rapidez hasta que escucha el eco. Entonces nos piden "d"



Para el sonido:

$$t_{sonido\ (ida)} + t_{sonido(vuelta)} = 4s$$

Luego:

$$d_M + \underbrace{(d_{AC} + d_{CB})}_{dsonido} = 2d$$

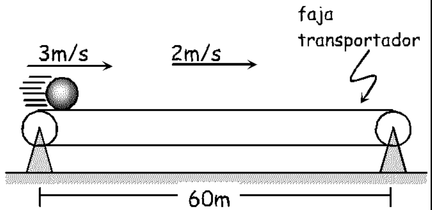
$5 \times 4 + 340 \times 4 = 2d$

$10 + 680 = d$

$$\therefore \boxed{d = 690m}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- En la figura calcula el tiempo que tarda el móvil en llegar al otro extremo si experimenta un M.R.U.



a) 10s b) 15s c) 20s
d) 30s e) 12s

2.- Un niño ubicado en la orilla de un lago escucha una explosión a una distancia "d" de la orilla sobre el lago si el tiempo del sonido en el aire es 7s más que el tiempo del sonido en el agua. Calcula a que distancia ocurrió la explosión.
Considera: (Vsonido(aire) = 340m/s)
(Vsonido (agua) = 2720m/s)
a) 2640m b) 1700m c) 850m
d) 2720m e) 3225m

3.- Calcula la distancia entre los puntos "P" y "Q" si un móvil que viaja a 2m/s tarda 8 minutos más que viajando a razón de 10m/s.
a) 1100m b) 1200m c) 1330m
d) 1400m e) 1500m

4.- Una pelota de goma es lanzada hacia una pared vertical con rapidez constante de 20m/s, si la pared se encuentra a 400m y la pelota rebota horizontalmente perdiendo el 25% de su rapidez inicial. Calcula luego de cuanto tiempo estará a 250m del punto de lanzamiento.
a) 10s b) 20s c) 30s
d) 40s e) 50s

5.- Un buque se traslada hacia el Este con una rapidez de 20Km/h. En un instante determinado, un segundo buque que se dirige al norte con una rapidez de 15Km/h, se halla a 125km al sur del primero. Determina la menor distancia de separación entre los buques. Considera MRU para ambos buques.
a) 80Km b) 90km c) 100km
d) 120km e) 125km

6.- Dos móviles van en la misma dirección. El móvil de adelante viaja con una rapidez (d/4)m/s y el móvil de atrás con (d/2)m/s; si inicialmente estaban separados dKm. ¿Qué tiempo emplearán en distanciarse nuevamente dKm.?
a) 8000s b) 7000s c) 6000s
d) 5000s e) 4000s

7.- Si la rapidez del sonido en el agua es de 1700m/s y en el aire 340m/s. Determina a que distancia de la orilla y sobre la superficie del agua explotó una bomba, si la diferencia de tiempos entre el sonido transmitido por el aire y el agua es de 80 segundos.
a) 30Km b) 31Km c) 32Km
d) 33Km e) 34Km

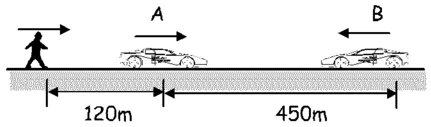
8.- Dos móviles "X" e "Y se mueven con movimientos uniforme, observándose en cualquier momento que la distancia entre ellos es el triple de la distancia del móvil "Y" al punto de partida. Halla la relación de rapideces entre "X" e "Y"
a) 1 b) 2 c) 3
d) 4 e) 5

9.- Un carro que se dirige a la rapidez de 20m/s toca la bocina en un instante determinado oyendo el chofer el eco después de 5 segundos. Determina la distancia del carro al obstáculo en el instante que se tocó la bocina, si la rapidez total del sonido es 340m/s.
a) 1500m b) 1600m c) 1700m
d) 900m e) 1900m

10.- Dos móviles parten simultáneamente de un mismo punto en sentido opuesto con rapideces constantes de 9m/s y 6m/s. Si después de recorrer 80m y 160m respectivamente ambos retornan. ¿A que distancia del punto de partida se vuelven a encontrar?
a) 124m b) 125m c) 128m
d) 127m e) 126m

11.- Dos nadadores parten simultáneamente de uno de los extremos y en la misma dirección de una piscina de 90m de longitud con rapideces constantes de 3m/s y 2m/s. Considerando que no pierden tiempo en voltear. ¿Después de que tiempo se cruzan por segunda vez?
a) 52s b) 53s c) 72s
d) 55s e) 56s

12.- En la figura el muchacho se desplaza a 5m/s y los móviles "A" y "B" a 20m/s y 10m/s respectivamente. ¿Al cabo de qué tiempo el muchacho escucha el choque entre A y B?
(V sonido =340m/s)



a) 13s b) 14s c) 15s
d) 16s e) 17s

13.- Dos partículas A y B se encuentran separados 200m, si parten una hacia la otra con rapideces constantes de 20m/s y 50m/s. ¿qué distancia separa a las partículas cuando B pasa por el punto de partida A?
a) 50m b) 60m c) 70m
d) 80m e) 90m

14.- Dos móviles A y B parten simultáneamente de un mismo punto. El móvil A se desplaza a 2m/s en dirección este, mientras que B se desplaza a 1m/s en dirección norte 30° este.
Determina la distancia que los separa luego de 10s.
a) $8\sqrt{3}$ m b) $9\sqrt{4}$ m c) $10\sqrt{3}$ m
d) $11\sqrt{3}$ m e) $12\sqrt{3}$ m

15.- Dos trenes de 50 y 100m de longitud se encuentran uno frente al otro, siendo la distancia entre sus partes delanteras de 1350m. Si parten simultáneamente uno hacia el otro con rapideces constantes de 50m/s y 25m/s. Determina después de que tiempo logran cruzarse completamente.

a) 17s b) 18s c) 19s
d) 20s e) 21s

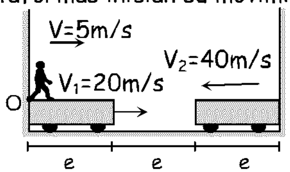
16.- Dos trenes con rapideces opuestas V_1 y V_2 demoran 6s en cruzarse completamente, pero sólo 5s si las rapideces son V_1 y $3V_2/2$. ¿Cuánto demorará uno en sobrepasar al otro si ambos viajan en el mismo sentido con las rapideces V_1 y V_2?

a) 10s b) 20s c) 30s
d) 40s e) 50s

17.- Una carreta es llevada por un caballo que mantiene en todo momento una rapidez constante. En cierto instante se rompen las riendas y la carreta queda libre deteniéndose al cabo de 10s, instante en el cual se encuentra a 80m del caballo. Hallar la rapidez del caballo.

a) 14m/s b) 15m/s c) 16m/s
d) 17m/s e) 18m/s

18.- En el siguiente gráfico las plataformas miden 30m. Si se mueven con rapideces constantes de 20 y 40m/s respectivamente, Determina que distancia recorre el hombre cuando las plataformas choquen si parte con rapidez constante de 5m/s desde el punto O y en el mismo instante en que las plataformas inician su movimiento.



a) 1,5m b) 2,5m c) 3,5m
d) 4,5m e) 5,5m

19.- Un móvil recorre tramos de 1m, 2m, 3m,... nm; Determina su rapidez promedio, sabiendo que cada tramo lo recorrió en igual tiempo "t" además t-n=1.

a) 0,1 b) 0,2 c) 0,3
d) 0,4 e) 0,5

20.- Un soldado prende la mecha de un explosivo y corre alejándose de él a rapidez constante de 8m/s durante 17s hasta oír la explosión. Si la rapidez del sonido es 340m/s. ¿Cuánto tardó en consumirse la mecha?

a) 12,6s b) 13,6s c) 14,6s
d) 15,6s e) 16,6s

CLAVES

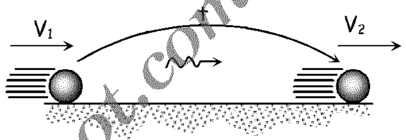
1) e	2) d	3) b	4) c	5) c
6) a	7) e	8) d	9) d	10)c
11)c	12)d	13)d	14)c	15)d
16)c	17)c	18)b	19)e	20)e

MOVIMIENTO RECTILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (M.R.U.V)

1. DEFINICIÓN

Es aquel movimiento que realiza un móvil al deslazarse sobre una trayectoria rectilínea con rapidez variable y aceleración constante.

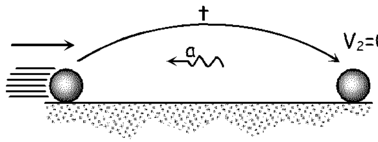
1.1. MOVIMIENTO ACELERADO



Luego: $V_2 > V_1$
La rapidez aumenta:

V_1 : Rapidez inicial.
V_2 : Rapidez final.
a : Aceleración.
t : Tiempo.

1.2. MOVIMIENTO DESACELERADO



Luego $V_1 > V_2$
El móvil se detiene.

La aceleración está en contra del movimiento.

2. ACELERACIÓN (a)

Es el causante del aumento o disminución de la rapidez.

3. ECUACIONES DEL M.R.UV.

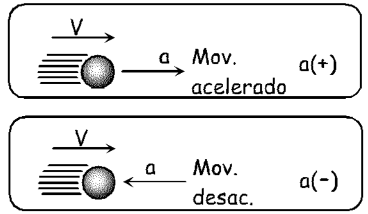
a) $\boxed{V_f = V_i \pm at}$

b) $\boxed{V_f^{\,2} = V_i^{\,2} \pm 2ad}$

c) $\boxed{d = V_i.t \pm \dfrac{a \cdot t^2}{2}}$

d) $\boxed{d = \left(\dfrac{V_i + V_f}{2}\right)t}$

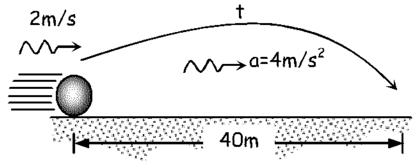
Importante:



PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Un móvil parte con una rapidez inicial de 2m/s y desarrolla un M. R. U. V. Con una aceleración de $4m/s^2$. Calcula el tiempo que tarda en recorrer los primeros 40m.

Solución:



$$e = v.t + \frac{1}{2}at^2$$

$$40 = 2.t + \frac{1}{2}(4)\,t^2$$

$$2t^2 + 2t - 40 = 0$$

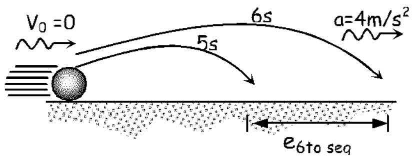
$$t^2 + t - 20 = 0$$

t -4
t 5

$\therefore$ $\boxed{t=4s}$

2.- Una partícula parte del reposo y experimenta una aceleración constante igual a 4 m/s^2. ¿Qué distancia recorrerá en el sexto segundo de su movimiento?

Solución:



$$\boxed{d = Vot + \frac{1}{2}at^2}$$

De la figura:

$$d_{6to\ seg} = d_{6s} - d_{5s}$$

$$d = \frac{1}{2}(4)(6)^2 - \frac{1}{2}(4)(5)^2$$

$$e_{6to\ seg} = 2 \times 11$$

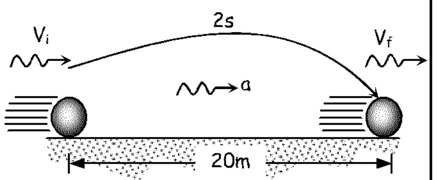
$$\therefore \boxed{e_{6to\ seg} = 22m}$$

3.- Un móvil aumenta su rapidez en 8 m/s durante 2s, recorriendo 20 m. Halla su velocidad inicial y final es m/s.

Solución:

Recuerda que

$$a = \frac{DV}{t} = \frac{V_f - V_i}{t} = \frac{8m/s}{2s} = 4m/s^2$$



i) $d = \left(\frac{V_i + V_f}{2}\right)t$

$$V_i + V_f = \frac{2 \times 20}{2} = 20 \quad \ldots\ldots (1)$$

ii) $V_f = V_i + at$

$$V_f - V_i = 8 \quad \ldots\ldots (2)$$

De (1) y (2) sumando:

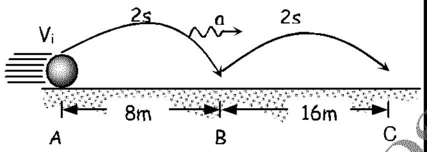
$V_f = 14m/s$

En (1)

$$\therefore \boxed{V_i = 6m/s}$$

4.- En los primeros dos segundos de movimiento un móvil recorre 8m en una pista horizontal, y un los siguientes 2 segundos recorre 16 m. Halla la aceleración del móvil.

Solución:



$$a_{AB} = a_{BC} = a_{AC}$$

Tramo AB:

$$\boxed{d = V_i t + \frac{1}{2}at^2}$$

$$8 = V.2 + \frac{1}{2}a.4 \qquad (1)$$

Tramo AC

$$24 = V.4 + \frac{1}{2}a.16 \qquad (2)$$

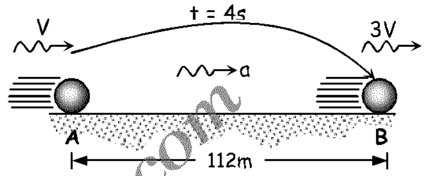
Efectuando: Ec(2)–2xEc(1)

$$8 = 8\frac{a}{2}$$

$$\therefore \boxed{a = 2m/s^2}$$

5.- Un auto pasa por un punto "A" con cierta rapidez luego de 4s pasa por otro punto B con una rapidez igual a tres veces su rapidez inicial. Si la distancia entre A y B es 112m. Calcula su aceleración.

Solución:



Sabemos que:

$$\boxed{d = \left(\frac{V_i + V_f}{2}\right).t}$$

$$112 = \left(\frac{V + 3V}{2}\right).4 \rightarrow V = 14m/s$$

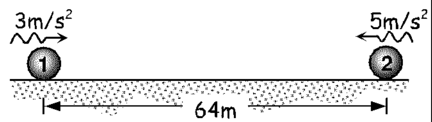
Luego:

$$\boxed{a = \frac{V_f - V_i}{t}}$$

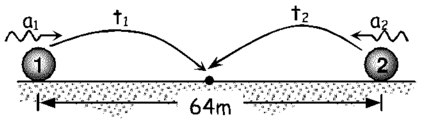
$$a = \frac{3V - V}{4} = \frac{V}{2}$$

$$\therefore \boxed{a = 7m/s^2}$$

6.- Si dos autos parten desde el reposo con direcciones contrarias uno al encuentro del otro con aceleración constantes de 3m/s2 y 5m/s2. Calcula luego de cuanto tiempo se cruzarán.



Solución:



Nos piden el tiempo de encuentro en el M.R.U.V.

De la figura:

$d_1 + d_2 = 64m$.......... (1)

Sabemos que: $\quad d = V.t + \frac{a.t^2}{2}$

En (1):

$$V_i.t + \frac{a_1.t^2}{2} + V_i.t + \frac{a_2.t^2}{2} = 64$$

$$\frac{a_1.t^2 + a_2.t^2}{2} = 64$$

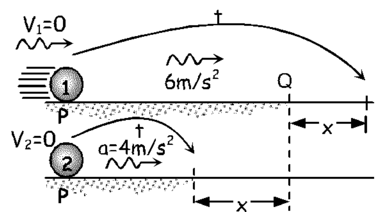
$$3t^2 + 5t^2 = 2(64)$$

$$t^2 = 16$$

$$\therefore \boxed{t = 4s}$$

7.- Dos móviles A y B parten del reposo simultáneamente de un punto P, y se desplazan en un mismo sentido con aceleraciones de 6m/s^2 y 4m/s^2. Halla el tiempo que debe pasar para que equidisten de un punto Q distante a 1000m del punto de partida.

Solución:



De la figura:

$$e_1 = \frac{1}{2}a_1t^2 \Rightarrow e_1 = 1000 + x$$

$$e_2 = \frac{1}{2}a_2t^2 \Rightarrow e_2 = 1000 - x$$

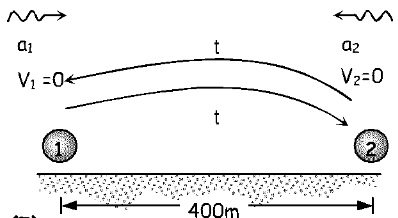
Luego:

$$1000 + x = \frac{1}{2}(6)\,t^2$$
$$1000 - x = \frac{1}{2}(4)\,t^2$$
$$2000 = 5t^2$$

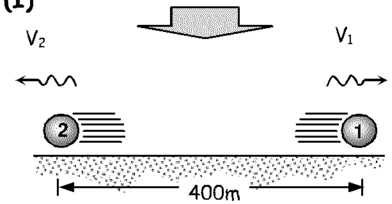
$\therefore \boxed{t = 20s}$

8.- Dos partículas se encuentran separadas 400m; si se acercan una hacia la otra a partir del reposo y acelerando a razón de $1{,}5ms^2$ y $2{,}5m/s^2$. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que estén separados una distancia igual a la inicial?

Solución:



(I)



(II)

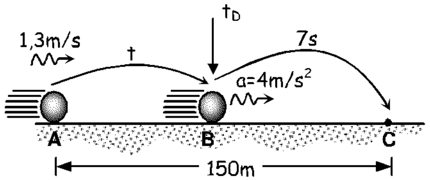
De la figura (II)

$$e_1 + e_2 = 800m$$
$$\frac{1}{2}a_1t^2 + \frac{1}{2}a_2t^2 = 800$$
$$\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}t^2 + \frac{1}{2}\times\frac{5}{2}t^2 = 800$$
$$\frac{8}{4}t^2 = 800$$

$\therefore \boxed{t = 20s}$

9.- Un muchacho caminando a 1,3m/s recorre cierta distancia y luego se detiene un cierto tiempo para descansar. Reinicia luego su recorrido acelerando a $4m/s^2$ durante 7s. Halla el tiempo que estuvo detenido si en total ha recorrido 150m al cabo de 80s de haber partido inicialmente.

Solución:



De la figura:

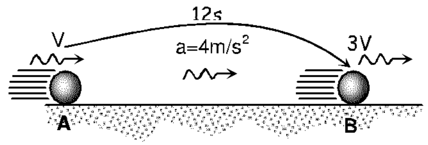
$$t + t_D + 7 = 80$$
$$t + t_D = 73s \qquad (1)$$
$$\underbrace{d_{AB}}_{MRU} + \underbrace{d_{BC}}_{MRUV} = 150m$$
$$d = 1{,}3t + \frac{1}{2}a(7)^2 = 150$$
$$1{,}3t + 98 = 150 \rightarrow \frac{13}{10}t = 52$$
$$\rightarrow t = 40s$$

Reemplazando en *(1)*

$\therefore \boxed{t_D = 33s}$

10.- *Un móvil pasa por dos puntos A y B de la carretera acelerando a $4m/s^2$ demorándose 12s si su rapidez al pasar por B es el triple de su rapidez al pasar por A. Halla la distancia AB*

Solución:



$d_{AB} = ??$

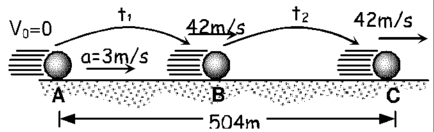
Por teoría, sabemos: $\boxed{a = \frac{V_f - V_i}{t}}$

$$4 = \frac{3v - v}{12} \rightarrow v = 24m/s$$
$$d_{AB} = \left(\frac{V_f + V_i}{2}\right)t \rightarrow d_{AB} = \left(\frac{3v + v}{2}\right)t$$

$\therefore \boxed{e_{AB} = 576m}$

11.- Si un auto partiendo del reposo acelera a razón de $3m/s^2$, si como máximo puede experimentar una rapidez de 42m/s. Calcula el mínimo tiempo que tardará en recorrer 504m.

Solución:



Tramo AB: (M.R.U.V)

$$\boxed{V_f = V_o + a\,.}\ t \rightarrow 42 = 0 + 3.t_1$$
$$t_1 = 14s$$
$$\boxed{d_{AB} = \frac{(V_i + V_f).\,t}{2}}$$
$$d_{AB} = \frac{(0 + 42)}{2} x\ 14 \rightarrow d_{AB} = 294m$$

Tramo BC: (M.R.U)

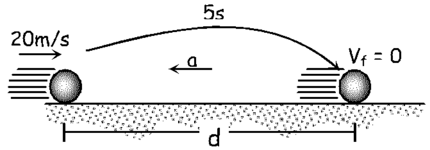
$$\boxed{d = V.T} \rightarrow 210 = V.t_2$$

Luego : $t_2 = \frac{210}{42} = 5s$

$\therefore \boxed{t_{total} = t_1 + t_2 = 19s}$

12.- Si un auto inicia su recorrido con rapidez inicial de 20m/s y pisa los frenos el conductor deteniéndose al cabo de 5 segundos. Calcula el recorrido total.

Solución:



Sabemos que: $d = \frac{(V_i + V_f)}{2}.t$

Reemplazando:

$$d = \frac{(20 + 0)}{2} x\ 5$$

$\therefore \boxed{d = 50m}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Un auto parte del reposo y acelera a $2m/s^2$ durante 2s luego se apaga el motor y el auto desacelera debido a la fricción, a razón de $4cm/s^2$ durante 10s. Entonces se aplican los frenos y el auto se detiene en 4s más. Calcula la distancia total recorrida del automóvil.

a) 39,2m b) 49,2m c) 19,2m
d) 39,2m e) 49,3m

2.- Un móvil se mueve sobre una recta con movimiento rectilíneo uniformemente variado, en el primer segundo recorrió 70m y en le tercero 100m. ¿Cuánto recorrió en los dos primeros segundos de su movimiento?
a) 155m b) 255m c) 125m
d) 115m e) 135m

3.- Una motociclista se encuentra a 36m de un auto. Si ambos parten simultáneamente en igual sentido, donde la motociclista lo hace con una rapidez constante de 16m/s y el auto con una aceleración constante de $8m/s^2$. Halla la mínima distancia que pudo acercarse la moto al auto.
a) 16m b) 17m c) 18m
d) 19m e) 20m

4.- Un móvil inicia su movimiento retardado con una rapidez inicial de 60m/s. Si la diferencia de distancias que recorrió en el primer segundo y el último segundo de su movimiento es de 48m. ¿Qué tiempo se tardó en detenerse?
a) 1s b) 5s c) 3s
d) 2s e) 4s

5.- Un móvil recorre la distancia AB a una rapidez constante de 20m/s en 10 s. Si inicia el retorno con la misma rapidez desacelerando uniformemente y llegando con rapidez nula al punto "A". Calcula su rapidez promedio para todo el recorrido.
a) 28km/h b) 38 km/h c) 48 km/h
d) 58 km/h e) 68 km/h

6.- Un auto se pone en marcha con una aceleración constante de $3m/s^2$ hasta alcanzar la rapidez de 8m/s, corre a esta rapidez durante cierto tiempo y luego empieza a detenerse con una aceleración negativa constante de $6m/s^2$, hasta que se detiene. Halla su rapidez promedio si recorrió en total 40m.
a) 5,6m/s b) 5,7 m/s c) 5,8 m/s
d) 5,9 m/s e) 5,5 m/s

7.- Un móvil que parte del reposo recorre 30m durante los dos primeros segundos. ¿Cuánto recorrerá en los dos segundos siguientes?
a) 70m b) 80m c) 90m
d) 60m e) 50m

8.- Un móvil parte del reposo, acelerando a razón de $5m/s^2$ y luego frena con una desaceleración constante de $2m/s^2$, si el móvil estuvo en movimiento durante 28 segundos. ¿Cuál es la rapidez máxima que alcanza?
a) 40m/s b) 30m/s c) 20m/s
d) 10m/s e) 50m/s

9.- Dos motociclistas van al encuentro uno del otro, partiendo simultáneamente del reposo de dos ciudades "A" y "B" con las aceleraciones constantes de $3m/s^2$ y $7m/s^2$.
Si la distancia AB es de 80m. ¿En que tiempo se encontrará?
a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) 5s

10.- Un auto parte del reposo con una aceleración de $760m/s^2$. En el instante de la partida, se suelta un globo del coche que asciende verticalmente a razón de 5m/s. ¿Qué distancia separa el globo del auto cuando éste alcanzó una rapidez de 24m/s?
a) 50 b) 51 c) 52
d) 53 e) 54

11.- Un móvil entre el 4° y 6° segundo de su movimiento uniformemente acelerado recorre 20m más que entre el 2° y 4° segundo. Determina su aceleración.
a) $1m/s^2$ b) $2 m/s^2$ c) $33m/s^2$
d) $4m/s^2$ e) $5 m/s^2$

12.- Dos móviles que están detenidos y separados por una distancia de 500m parten al mismo tiempo con aceleración constante de $2m/s^2$ y $3m/s^2$ desplazándose en el mismo sentido. ¿Qué tiempo emplea el segundo en adelantar 300m al primero?
a) 10s b) 20s c) 30s
d) 40s e) 50s

13.- De un mismo punto parten del reposo dos autos A y B, siguiendo trayectorias rectilíneas que forman entre sí un ángulo de 90°. Si sus aceleraciones son de $2m/s^2$ y $2,8m/s^2$ respectivamente, halla la distancia que los separa al cabo de 15s.
a) 287m b) 387m c) 277m
d) 377m e) 487m

14.- Un automóvil viaja tras un ciclista, a la rapidez de 36km/h. Cuando el ciclista se encuentra a 300m por delante, el automóvil acelera a razón de 1,2 m/s^2. Determina en cuanto tiempo lo alcanzará si el ciclista viaja a rapidez constante de 7m/s.
a) 20s b) 30s c) 10s
d) 40s e) 50s

15.- Un automóvil parte del reposo y acelera uniformemente a razón de $0,5m/s^2$ durante un minuto, al término del cual deja de acelerar por espacio de un minuto más. Finalmente frena deteniéndose en 10 segundos. Determina la distancia total recorrida.
a) 1850m b) 1950m c) 2950m
d) 2750m e) 2850m

16.- Un automóvil parte del reposo y con aceleración constante de $0,3m/s^2$, conserva este movimiento acelerado durante 2 minutos, al término de los cuales deja de acelerar, manteniendo constante su rapidez alcanzada. ¿Qué distancia recorrerá en los 5 primeros minutos del movimiento?

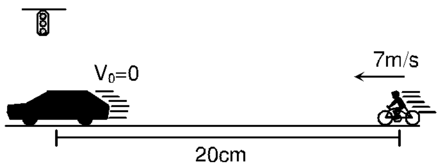
a) 8240m b) 8640m c) 8540m
d) 8440m e) 8340m

17.- Un auto inicia su movimiento en "A" acelerando a razón constante de $4m/s^2$ hasta llegar a "B" en 3s cuando pasa por B se accionan los frenos y el auto se detiene 2s

después, determina la aceleración constante durante el frenado.
a) $3m/s^2$ b) $4m/s^2$ c) $5m/s^2$
d) $6m/s^2$ e) $7m/s^2$

18.- Un cohete que inicia su movimiento asciende verticalmente con una aceleración constante de $5m/s^2$ mientras que el combustible se quema, si el combustible se acaba luego de 200s, determina la altura máxima que alcanza el cohete ($g=10m/s^2$)
a) 50km b) 75km c) 100km
d) 150km e) 175km

19.- Un vehículo inicia su movimiento con una aceleración constante de módulo $1m/s^2$ en el instante que la luz del semáforo cambia a verde, en ese instante un ciclista se mueve a rapidez constante de 7m/s pero está a 20m detrás del vehículo, determina el menor tiempo que debe transcurrir para que dichos móviles estén juntos.



a) 4s b) 6s c) 8s
d) 10s e) 12s

20.- Un móvil pasa por un punto con una rapidez constante de 20m/s, luego de 3s empieza a desacelerar a razón constante de $4m/s^2$ ¿qué recorrido realizó el móvil desde que pasa por el punto mencionado hasta detenerse?. Considera pista rectilínea.
a) 50m b) 60m c) 80m
d) 110m e) 100m

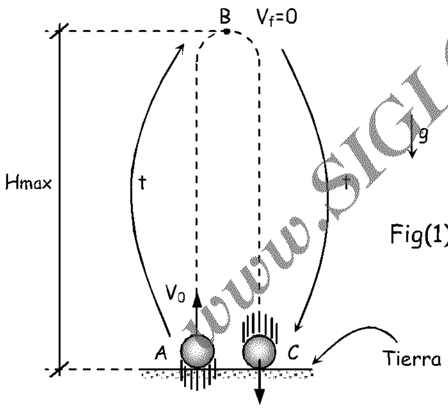
CLAVES

1) c	2) a	3) e	4) b	5) c
6) b	7) c	8) a	9) d	10) c
11) e	12) c	13) b	14) a	15) e
16) b	17) d	18) c	19) a	20) d

CAÍDA LIBRE

1. DEFINICIÓN
Es aquel movimiento que transcurre por acción de la aceleración de la gravedad. En este movimiento no se considera la resistencia del aire.

2. INTERPRETACION DE M.V.C.L



Fig(1)

De la figura (1) se cumple :

1° $\underbrace{t_{AB}}_{\text{tiempo de subida } (t_S)} = \underbrace{t_{BC}}_{\text{tiempo de bajada } (t_B)}$

2° Tiempo de vuelo (t_V).- Se denomina así al tiempo en el cual un móvil permanece en movimiento.
De la figura:

$$\boxed{t_V = t_S + t_B}$$

3° A un mismo nivel de referencia (según el gráfico) para la rapidez se cumple:

- $V_A(\uparrow) = V_C(\downarrow)$
- $V_B = 0$

V_A :(Rapidez en el punto A)
V_C :(Rapidez en el punto C)
V_B :(Rapidez en el punto B)

Luego se dice que alcanzó su altura máxima.

4° g = Aceleración de la gravedad:

$$\boxed{g = 9{,}81\ m/s^2}$$

Valor promedio
* Para efectos prácticos:
$g = 10m/s^2$

3. ECUACIONES DEL M.V.C.L
Las ecuaciones del M.V.C.L son las mismas ecuaciones visto en el M.R.U.V. con los únicos cambios de "d" por "H" y de "a" por "g".

$$\boxed{V_f = V_i \pm g\,.\,t}$$

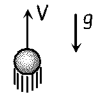
$$\boxed{V_f^2 = V_i^2 \pm 2gH}$$

$$\boxed{H = Vi\ .\ t + \frac{g\,.\,t^2}{2}}$$

$$\boxed{H = \left(\frac{V_i + V_f}{2}\right).\ t}$$

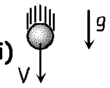
Observación:

i)



Mov. desacelerado signo (-)

ii)

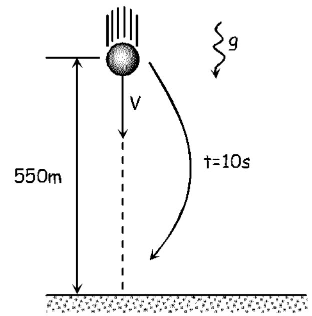


Mov. acelerado signo (+)

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Se lanza un objeto, hacia abajo desde una altura de 550m, demorando 10s en llegar al piso. Calcula la rapidez de lanzamiento. ($g=10m/s^2$)

Solución:



$$H = V_o t + \tfrac{1}{2} g t^2$$

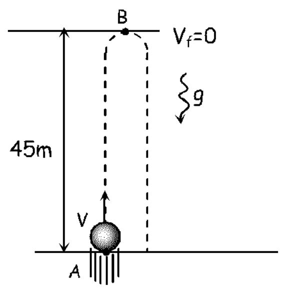
$$550 = V_o \times 10 + \tfrac{1}{2}(10)(10)^2$$

$$50 = V_o \times 10 \rightarrow V_o = 50/10$$

$$\therefore \boxed{V_o = V = 5m/s}$$

2.- Un cuerpo es lanzado verticalmente hacia arriba, alcanzando una altura máxima de 45m. Calcula el tiempo de vuelo. $g=10m/s^2$.

Solución:



$\boxed{t_{vuelo} = 2t_{AB}}$ .....(1)

Analizando el tramo BA en la caída

$H = V_{oB} \times t + \frac{1}{2} gt^2$

$45 = \frac{1}{2}(10)\,t^2 \rightarrow t^2 = 9s^2$

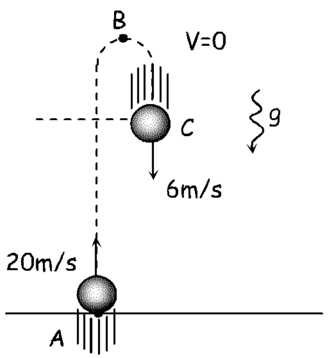
$\rightarrow t_{bajada} = 3s$

En (1) $t_{vuelo} = 2 \times 3$

$\therefore \boxed{t_{vuelo} = 6s}$

3.- Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba con una rapidez de 20m/s. Calcula después de que tiempo estará bajando con una rapidez de 6m/s. ($g=10m/s^2$)

Solución:



i) Tramo AB:

$Vf_B = V_{oA} - gt_{AB}$

$0 = 20 - 10t_{AB} \rightarrow t_{AB} = 2s$ ....(1)

ii) Tramo BC :

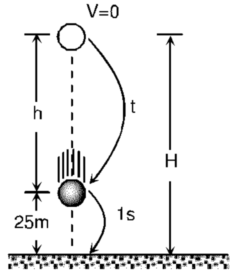
$Vf_C = V_{oB} + g\,t_{BC}$

$6 = 10 \times t_{BC} \rightarrow t_{BC} = 0{,}6s$

$\therefore$ $\boxed{\text{Me piden } t_{AB} + t_{BC} = 2{,}6s}$

4.- Un cuerpo es dejado caer en el vacío sin rapidez inicial. Si en el último segundo recorre 25 m, se puede concluir que fue abandonado desde una altura igual a:

Solución:



De la figura:

$H = V_o(t+1) + \frac{1}{2} g(t+1)^2$ .... (1)

$h = V_o t + \frac{1}{2} gt^2$ .... (2)

Luego: Restando (1) – (2)

$H - h = V_o\, t + \frac{1}{2} g\,(2t+1)$

$25 = \frac{1}{2}(10)\,(2t+1)$

$t = 2s$

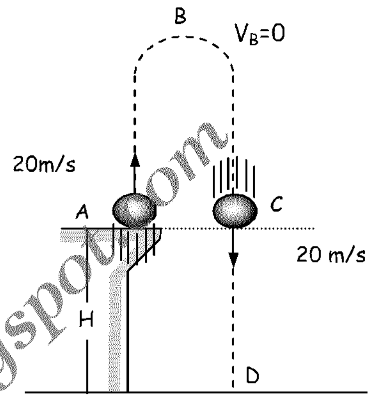
Reemplazando en (1)

$H = \frac{1}{2}(10)\,(2+1)^2$

$\therefore \boxed{H = 45m}$

5.- Si una piedra es lanzada hacia arriba desde cierta altura con rapidez igual a 20m/s y el tiempo de vuelo es 9s. Calcula la altura de lanzamiento.

Solución:



Hallando el t_{AB}:

$V_f = V_0 - gt$

$gt = V_0$

$10 \,.\, t = 20 \rightarrow t_{AB} = 2$

Por teoría

$t_{AB} = t_{BC} = 4s$

Luego: $t_{CD} = 5s$

Tramo CD:

$H = V_0 \times t + \frac{gt^2}{2}$

$H = 20 \times 5 + \frac{10\,.\,(5)^2}{2}$

$H = 100 + 125$

$\therefore \boxed{H = 225m}$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Un objeto cae desde un globo aéreo que baja verticalmente con una rapidez de 15m/s. Determina la altura recorrida por el objeto luego de 10 segundos.

a) 650m b) 640m c) 630m
d) 620m e) 610m

2.- Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba desde el fondo de un pozo de 40m de profundidad con una rapidez inicial de 30m/s. ¿Qué tiempo debe transcurrir para que la piedra pase por el borde del pozo? ($g=10m/s^2$)

a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) 5s

3.- Determina la altura de un edificio, sabiendo que un hombre, desde el borde de la azotea lanza una piedra verticalmente hacia arriba a 10m/s, esta llega a tierra luego de 8s.

a) 220m b) 230m c) 240m
d) 250m e) 260m

4.- Una piedra es lanzada verticalmente hacia arriba desde la azotea de un edificio con una rapidez de 30m/s. Otra piedra se suelta 4s después de lanzar la primera. ¿Qué tiempo se moverá la segunda piedra hasta que la primera logra pasarla?

a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) 5s

5.- Hallar la altura que alcanza un cuerpo que es lanzado hacia arriba si un segundo después del lanzamiento tiene una rapidez de 40m/s. ($g=10m/s^2$)

a) 123m b) 124m c) 126m
d) 125m e) 127m

6.- Un cuerpo cae libremente y se conoce que recorre entre el momento que toca el piso y el antepenúltimo segundo de caída libre 300m. Halla el tiempo total de caída libre del cuerpo.($g=m/s^2$)
a) 12s b) 13s c) 14s
d) 15s e) 16s

7.- Desde qué altura "H" se debe dejar caer un cuerpo, para que tarde 10s en recorrer los 13/49H que le falta para llegar al piso. (en metros)
a) 24600m b) 24500m c) 24700m
d) 24800m e) 26800m

8.- Determina la altura máxima de un objeto que al alcanzar la quinta parte de dicha altura posee una rapidez de 20m/s. ($g=10m/s^2$)
a) 23m b) 24m c) 25m
d) 26m e) 22m

9.- ¿Qué altura máxima alcanza un cuerpo lanzado desde tierra, si en el último segundo de ascenso recorre la mitad de la altura máxima? (en pies).
a) 32 b) 42 c) 34
d) 31 e) 41

10.- 2 cuerpos A y B se encuentran en una línea vertical separados por una distancia de 100 metros, el cuerpo A (esta arriba) se deja caer y simultáneamente el cuerpo B (esta abajo) se lanza hacia arriba con una rapidez inicial de 50m/h. ¿En que tiempo se encontrarán dichos cuerpos? ($g=10m/s^2$)
a) 2s b) 3s c) 4s
d) 5s e) N.A.

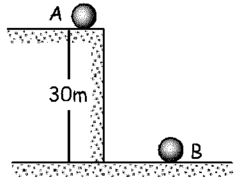
11.- Desde el penúltimo piso de un edificio se deja caer una piedra al mismo tiempo que del último piso se lanza hacia abajo otra piedra con una rapidez inicial de 4m/s, la distancia entre cada piso es de 7m. Calcula al cabo de qué tiempo estarán separados las piedras 3m. Dar el tiempo mínimo ($g=10m/s^2$)
a) 4s b) 3s c) 2s
d) 1s e) N.A.

12.- Del problema anterior Calcula en que tiempo estarán separados por segunda vez la distancia de 3m las 2 últimas piedras (t máximo)
a) 1,5s b) 2,5s c) 3,5s
d) 4,5s e) N.A

13.- Una piedra se lanza verticalmente hacia arriba desde el techo de un edifico con una rapidez inicial de 30m/s, otra piedra se deja caer 4s después que se ha lanzado la primera. Halla el tiempo en que después de soltar la segunda se encuentran ambas a la misma altura.
$g=10m/s^2$
a) 2s b) 4s c) 6s
d) 8s e) N.A.

14.- Se lanzan verticalmente hacia arriba 2 cuerpos con la misma rapidez inicial de 100m/s. Después de cuanto tiempo se encontrarán a la misma altura si una se lanza 4s después de haber lanzado la primera. $g=m/s^2$.
a) 15s b) 14s c) 13s
d) 12s e) N.A.

15.- Dos piedras se lanzan verticalmente hacia arriba y en el mismo instante , desde A y B con rapideces de 15 y 22,5m/s respectivamente, para que instante "t" después del lanzamiento estarán al mismo nivel las 2 piedras.

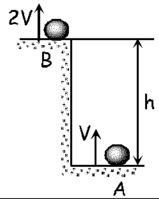


a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) N.A.

16.- Un globo está ascendiendo y cuando tiene una rapidez de 48 pies/s y se encuentra a una altura de 128 pies, se lanza hacia abajo un lastre con una rapidez de 16 pies/s. ¿En cuánto tiempo el lastre llegará al suelo? ($g = 32$ pies/s^2)
a) 3s b) 6s c) 2s
d) 1s e) 4s

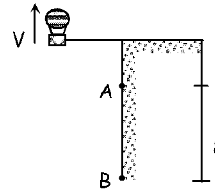
17.- Se lanza verticalmente hacia arriba 2 piedras con intervalo de 1s. la primera tiene una rapidez de 64 pies/s y la otra 112 pies/s. ¿A qué altura sobre el nivel del suelo se encontrarán ambas? ($g=32$ píes/s^2)
a) 61,44pies b) 48pies c) 64 pies
d) 46 pies e) N.A.

18.- Se lanzan dos esferas simultáneamente tal como se muestra. Si la esfera lanzada desde A alcanza como máximo una altura "h" respectivamente del piso determina la distancia vertical que separa la esfera, cuando la esfera lanzada desde B, empieza a descender.



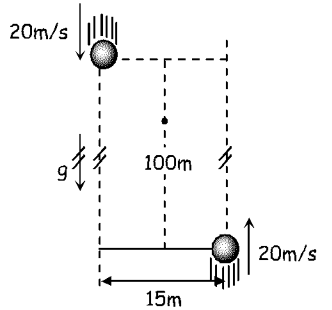
a) h b) 2h c) 3h
d) 4h e) 5h

19.- En el instante mostrado desde el globo aerostático que asciende se lanza un objeto hacia abajo con una rapidez de 8m/s respecto del globo. Si el objeto demora en pasar de A hacia B 2s, determina V(V>8m/s; $g=10m/s^2$)



a) 20m/s b) 24 m/sc) 26 m/s
d) 28m/s e) 30 m/s

20.- Se muestra dos esferas que experimentan MVCL a partir del instante mostrado. Determina cuánto tiempo transcurre hasta que su separación de las esferas se a 25m.



a) 1s b) 2s c) 3s
d) 4s e) 5s

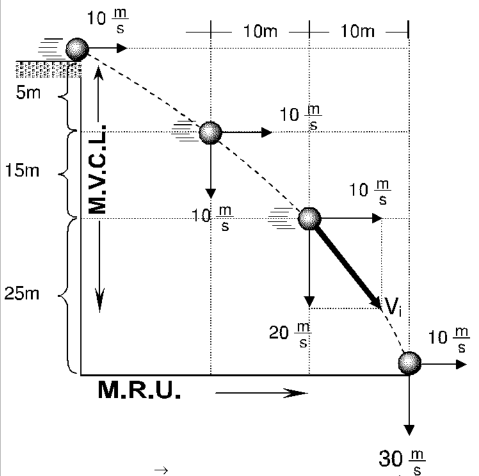
CLAVES

1) a	2) b	3) d	4) e	5) d
6) e	7) b	8) c	9) a	10) a
11) d	12) b	13) b	14) d	15) d
16) e	17) a	18) d	19) d	20) b

MOVIMIENTO PARABÓLICO

I. DEFINICIÓN

Es aquel movimiento que describe una partícula siendo su trayectoria una parábola. Este movimiento esta compuesto por dos movimientos simples siendo estos el MRU (en la horizontal) y MVCL (en la vertical)



- $\vec{v}_i$ = Velocidad instantánea
- V_i = Rapidez instantánea

II. CONSIDERACIONES

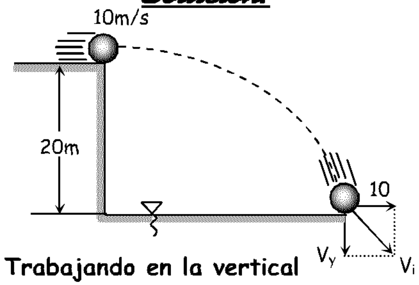
1) El movimiento parabólico de caída libre esta constituido por los movimientos en la horizontal (MRU) y en la vertical (MVCL) desarrollándose estas en forma independiente. Por lo tanto cada movimiento cumple con sus propias ecuaciones.

2) Para encontrar la rapidez que posee una partícula en un lugar de su trayectoria aplicaremos la suma vectorial de las rapideces a la que esta afectando en ese lugar.

PROBLEMAS RESUELTOS

1.- La altura de un acantilado es 20m, si desde él se lanza horizontalmente un proyectil con 10m/s. ¿Con que rapidez este proyectil llegará al mar? (g = 10 m/s^2)

Solución:



Trabajando en la vertical

i) $H = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$

$20 = \frac{1}{2}(10)t^2 \rightarrow t = 2s$

ii) $V_{f\,B} = V_o + gt$

$V_y = 10 \times 2 = 20 m/s$

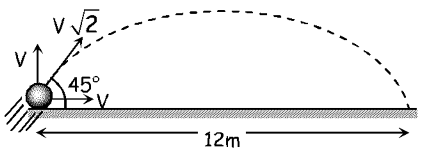
Luego

$V_i = \sqrt{10^2 + 20^2}$ m/s

$\therefore \boxed{V_i = 10\sqrt{5}}$

2.- Un proyectil es lanzado con una inclinación de 45°. Si su alcance horizontal es 12m. Determina su altura máxima. Considerar la aceleración de la gravedad en 9,8 m/s^2 y despreciar la influencia del aire.

Solución:



Luego en la horizontal:

$12 = V \times t_v$ .....(1)

En la vertical (M.V.C.L)

$V_f = V_o - g\frac{t_v}{2}$

$V = g \times \frac{12}{V \times 2}$

$V^2 = 6g$ ....(1)

Luego:

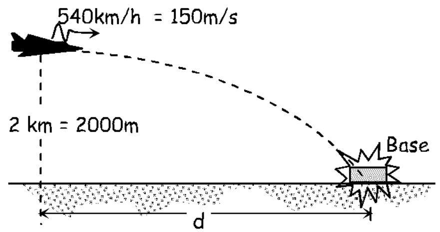
$Vf^2 = V_o^2 - 2g\,Hmax$

$0 = 6g - 2g\,Hmax$

$\therefore \boxed{Hmax = 3m}$

3.- Un avión vuela horizontalmente a razón de 540km/h, y a una altura de 2000m, si sueltan una bomba que justamente impacta en una base enemiga. ¿A qué distancia horizontal de la base enemiga fue soltada la bomba? (g=10m/s^2).

Solución:



En la vertical:

$H = V_o t + \frac{1}{2} g t^2$

$2km = \frac{1}{2}(10)t^2$

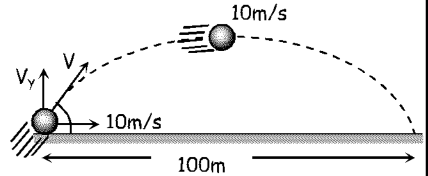
$2000m = 5t^2$

$t = 20s$

$\therefore \boxed{d = 150 \times 20 = 3000m}$

4.- La rapidez de un proyectil en el punto más alto de su trayectoria es 10 m/s. Si además su alcance horizontal es de 100m. ¿Cuál fue el valor de la rapidez con la cual se lanzó el proyectil? (g = 10 m/s^2) aproximadamente.

Solución:



- **En la horizontal:**

$100 = 10 \times t_v$

$\rightarrow t_v = 10s$

Luego: $t_s = t_b = 5s$

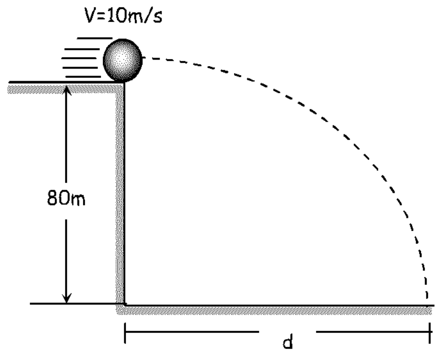
- **En la vertical: (En la subida)**

$V_f = V_y - g t_s \rightarrow V_y = 50 m/s$

$\rightarrow V = \sqrt{10^2 + V_y^2} = 10\sqrt{1+25}$

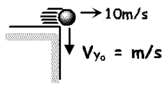
$\therefore \boxed{V = 10\sqrt{26} \approx 51 m/s}$

5.- En la figura halla "d" :



Solución:

i) En ese instante



En la vertical $Vy_0 = 0$

H = 80m

$$\boxed{H = V_0 t + \frac{gt^2}{2}}$$

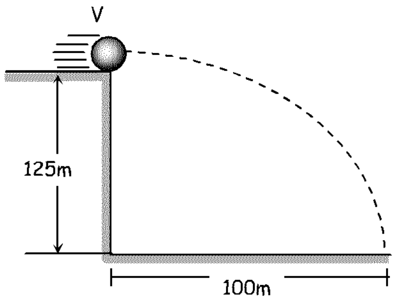
$80 = 5t^2 \rightarrow t = 4s$

En la horizontal

d = V x t

$$\therefore \boxed{d = 10 \times 4 = 40m}$$

6.- En la figura , calcula "V" :



Solución:

En la vertical $V_0=0$; H=125m

$$\boxed{H = V_0 t + \frac{gt^2}{2}}$$

$125 = 5t^2 \rightarrow t^2 = 25 \rightarrow t = 5s$

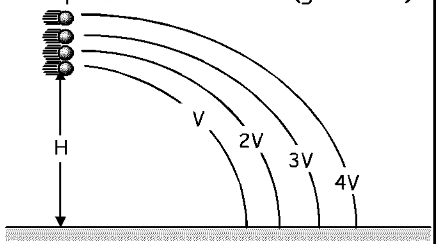
En la horizontal (M.R.U)

$$\boxed{d = V . t}$$

100 = V x 5

$$\therefore \boxed{V = 20m/s}$$

7.- Se lanzan cuatro cuerpos con rapideces horizontales de V; 2V; 3V y 4V ubicados a una misma altura "H". ¿Cuál de ellos llegará primero a la superficie horizontal? ($g=10m/s^2$)



Solución:

Por teoría el tiempo de caída libre vertical es el mismo para cada móvil por lo tanto los cuatro móviles llegaron al mismo tiempo a tierra pero a diferentes espacios por la rapidez horizontal diferentes de cada móvil.

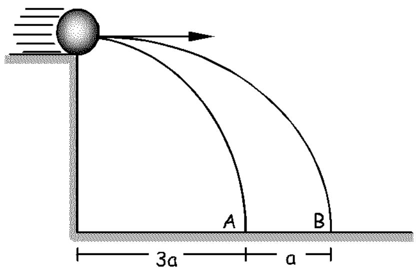
En la vertical: (M. V. C. L)

$H = V_o t + \frac{1}{2} gt^2$

$H = \frac{g}{2} t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$ s

$\rightarrow t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = \boxed{\sqrt{\frac{2H}{g}} \text{ s}}$

8.- ¿En que relación deben estar las rapideces de lanzamiento de la partícula si se desea que caiga en los puntos "A" y "B"?.



Solución:

Por teoría los tiempos de caída libre son iguales por ser lanzados desde la misma altura.

En la horizontal : (d = v . t)

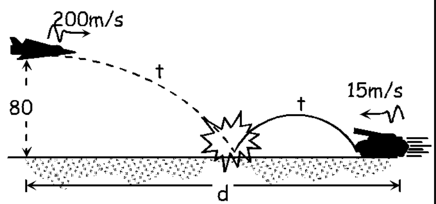
$$\left.\begin{aligned} d_A = 3a = V_1 \times t_1 \\ d_B = 4a = V_2 \times t_2 \end{aligned}\right\} t_1 = t_2$$

Luego dividamos ambas ecuaciones:

$$\therefore \boxed{\frac{3}{4} = \frac{V_1}{V_2}}$$

9.- El piloto de un bombardero que vuela horizontalmente con una rapidez de 200m/s a una altura de 80m, divisa un tanque enemigo que se mueve en sentido contrario a él. ¿A que distancia horizontal debe soltar una bomba para hacer blanco en el tanque que se mueve a una rapidez constante de 15m/s?

Solución:



i) Calculemos "t" en la vertical:

$H = V_o t + \frac{1}{2} gt^2$

$80 = \frac{1}{2} (10)t^2 \rightarrow t=4s$

Luego en la horizontal: (M.R.U)

d = V x t

$\rightarrow d = d_{bomba} + d_{tanque}$

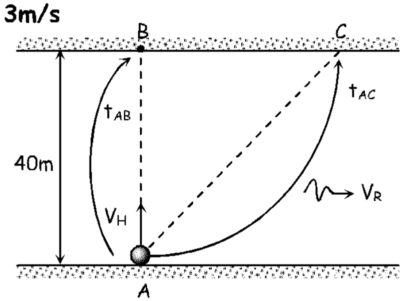
$= 200 \times t + 15 \times t$

$\therefore d = 215xt = \boxed{860m}$

10.- Un hombre pretende cruzar un río de 40m de ancho, donde la rapidez del hombre es de 6m/s. Si la rapidez del hombre en aguas tranquilas es de 3m/s. Determina el tiempo que tarda en cruzarlo si se lanza perpendicular a la corriente.

Solución:

Del enunciado V_H = 3m/s ; V_{rio} = 3m/s



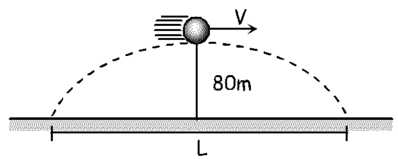
De la figura $t_{AB} = t_{AC}$

El hombre llega por "C"

Luego:

$$\therefore t_{AB} = \frac{d_{AB}}{V_H} = \frac{40}{3} = \boxed{13{,}3s}$$

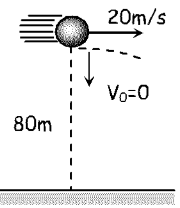
11.- Sabiendo que V = 20m/s.
Calcula "L". ($g=10m/s^2$).



Solución:

V = 20m/s; Hmax = 80

En la vertical (t caída)



$$\boxed{H = V_0\,t + \frac{gt^2}{2}}$$

$80 = 0 + 5t^2 \rightarrow t = 4s \rightarrow t_v = 8s$

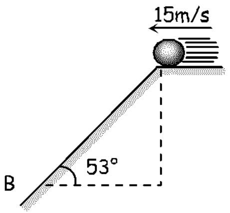
Luego (horizontal):

$d = V \times t_v$; t_v = tiempo de vuelo.

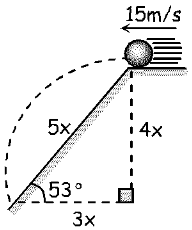
$L = 20 \times 8$

$\therefore L = \boxed{160m}$

12.- Halla el tiempo que emplea la pelota en su recorrido de A hasta B.



Solución:



En la horizontal (M.R.U)

$$\boxed{d = V.t}$$

$3x = 15.t$

$x = 5t$ .... (1)

El tiempo t en la vertical y la horizontal son iguales.

En la vertical:

$$\boxed{H = V_0\,t + \frac{gt^2}{2}}$$

$4x = 5t^2$ .... (2)

Reemplazando (1) en (2)

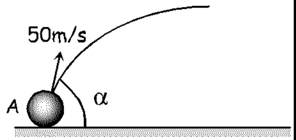
$4(5t) = 5t^2$

$\therefore \boxed{t = 4s}$

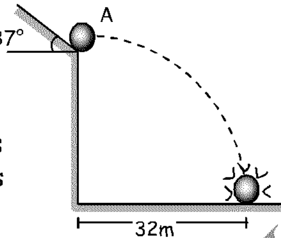
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Un proyectil es lanzado como se muestra. Determina su rapidez en el punto más alto de su trayectoria, α=37°; g=10m/s^2.

a) 30 m/s
b) 40 m/s
c) 50 m/s
d) 60 m/s
e) 70 m/s



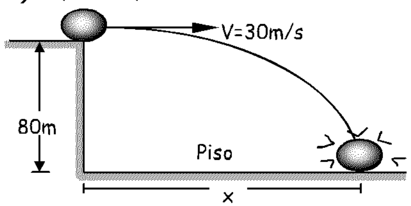
2.- El móvil que resbala por el plano inclinado sale por el punto "A" con una rapidez de 10m/s. Al cabo de qué tiempo impactará con el piso?



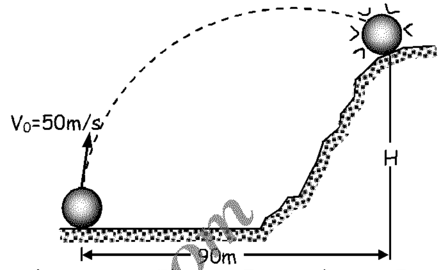
a) 4s
b) 3s
c) 3,5s
d) 4,5s
e) 2s

3.- Una esfera se lanza horizontalmente con V=30m/s como el diagrama muestra.
Calcula:
A. El tiempo de impacto.
B. La distancia "x".
C. La rapidez con que impacta el móvil.

a) 4s; 100m; 80m b) 4s; 120m; 50m
c) 3s; 120m; 50m d) 3s; 180m; 40m
e) 3s; 120m; 30m

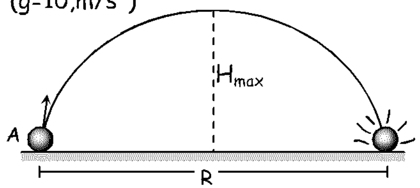


4.- Un cañón dispara un proyectil con un ángulo de elevación de 53° como en el diagrama. Luego de qué tiempo impactará y a que altura impactará?



a) 3s; 80m b) 2s; 75m c) 3s; 75m
d) 4s; 80m e) 3s; 80m

5.- Un proyectil se dispara con una rapidez de $30\sqrt{2}$ m/s y un ángulo de elevación de 45°. ¿Cuál será la máxima altura que alcanzará? (g=10,m/s^2)



a) 30m b) 35m c) 40m
d) 45m e) 50m

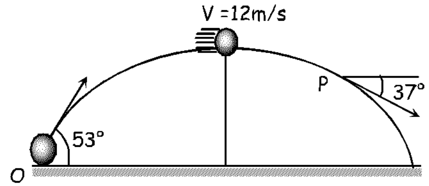
6.- En el problema anterior. ¿Cuál es el tiempo que el móvil permanece en el aire hasta impactar en el piso? Calcula además el alcance "R".

a) 6s; 120m b) 5s; 180m c) 4s; 120m
d) 6s; 180m e) 5s; 100m

7.- Un avión vuela horizontalmente con una rapidez de 150m/s a un altura de 78,4m sobre un barco que se mueve a 20m/s, en la misma dirección pero en sentido opuesto. ¿A qué distancia del barco el avión debe soltar una bomba para que impacte en el barco? (g=9,8m/s^2)

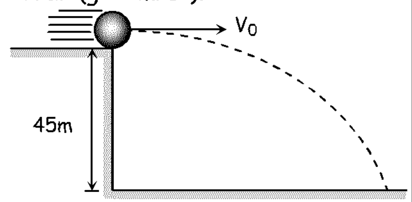
a) 680m b) 730m c) 846m
d) 932m e) 1043m

8.- En la figura se indican los valores de algunas de las variables cinemáticas del movimiento de un proyectil en 3 posiciones diferentes. El proyectil fue disparado en O. Determina los módulos de sus velocidades en O y P, respectivamente. (g=10m/s^2).



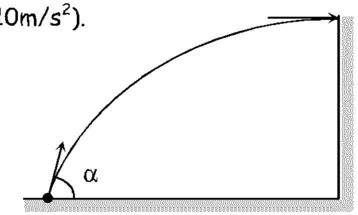
a) 15m/s; 20m/s b) 20m/s; 15m/s
c) 12m/s; 15m/s d) 15m/s; 12m/s
e) 20m/s; 18m/s

9.- Se lanza un cuerpo horizontalmente con una rapidez de 40m/s. ¿Cuánto tiempo tarda en impactar con tierra? (g=10m/s^2).



a) 4s b) 3s c) 3,5s
d) 4,5s e) 2s

10.- Un indio desea clavar perpendicularmente a la pared una flecha. ¿A qué distancia horizontal se debe ubicar el indio para que logre su objetivo. V=30m/s; α=37°. (g=10m/s^2).



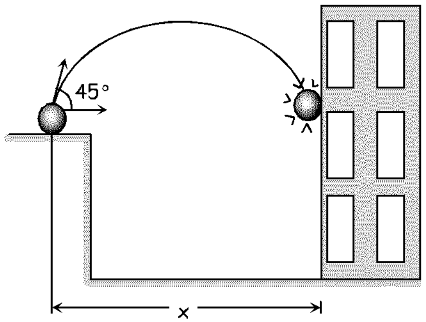
a) 23,2m b) 13,2m c) 53,2m
d) 18,2m e) 43,2m

11.- En el movimiento parabólico no se cumple:

I. En la altura máxima la rapidez es cero.
II. La rapidez en todo instante es la suma vectorial de las rapideces de sus movimientos componentes.
III. El tiempo de vuelo, depende del ángulo de lanzamiento.

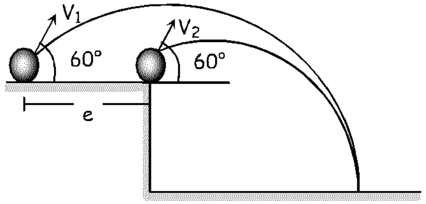
a) Sólo I b) Sólo II c) Sólo III
d) Sólo I y II e) Todos

12.- Un proyectil se dispara con una rapidez de $30\sqrt{2}$ m/s. Si impacta en la ventana del edificio con 50m/s. Calcula "x", si g=10m/s^2.



a) 110m b) 159m c) 210m
d) 300m e) 400m

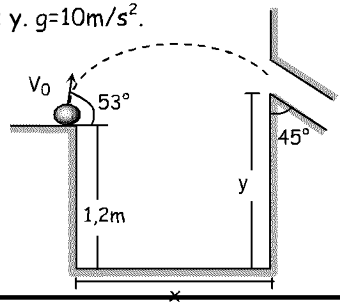
13.- Los dos proyectiles se disparan simultáneamente. Calcular el tiempo de encuentro.
- V_1- V_2 = 4m/s
- e = 10m



a) 2s b) 3s c) 4s
d) 5s e) 10s

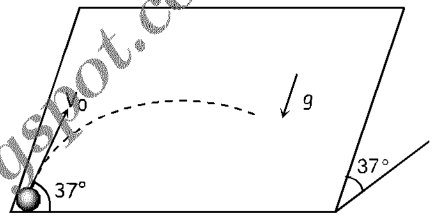
14.- Desde un globo aerostático que asciende verticalmente con una rapidez de 6m/s, se lanza una piedra horizontal (respecto del globo) con una rapidez V_x=5m/s. Si la piedra impacta en la superficie a 15m, de la vertical del globo, determina desde que altura se lanzó la piedra. (g=10m/s^2).
a) 15m b) 20m c) 27m
d) 25m e) 30m

15.- Se lanza una pequeña piedra con una rapidez V_0 = 10m/s, como en el diagrama se muestra. Si la piedra se introduce en un tubo de modo que el movimiento coincide con el eje del tubo. Calcula los valores de x; y. g=10m/s^2.



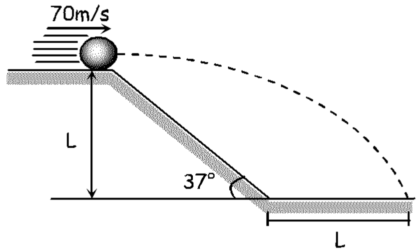
a) 8,4m; 3m
b) 1,2m ; 2,6m
c) 8m; 6m
d) 8m; 2,6m
e) 6m; 8m

16.- Se lanza una esfera desde la base de un plano inclinado, como se muestra en la figura, con una rapidez inicial de 5m/s. Halla el alcance horizontal luego que retorna a la base del plano. (g= 10m/s^2).



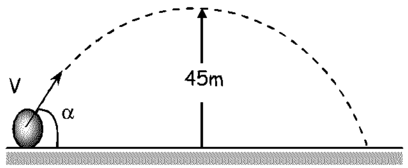
a) 1m b) 2m c) 3m
d) 4m e) 5m

17.- A partir del siguiente esquema. ¿Qué medida tiene "L" en metros?



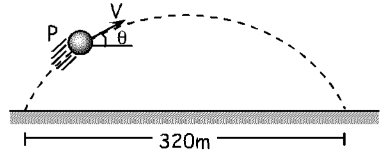
a) 240m b) 220m c) 200m
d) 180m e) 160m

18.- Si : V = 50m/s, calcula "α"



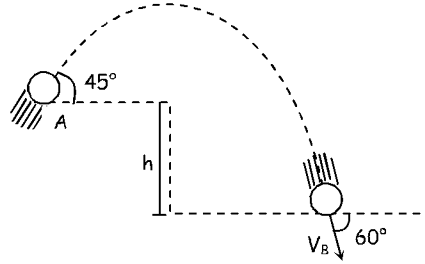
a) 16° b) 30° c) 37°
d) 53° e) 45°

19.- Calcula el tiempo de vuelo si en "P" V = 50m/s; θ = 37°.



a) 8s b) 6s c) 4s
d) 10s e) 12s

20.- Que valor tiene "h" en metros, si V_B=40m/s. (g=10m/s^2)



a) 40m b) 50m c) 60m
d) 70m e) 80m

CLAVES

1) b	2) a	3) b	4) c	5) d
6) d	7) a	8) b	9) b	10) e
11) a	12) c	13) a	14) c	15) b
16) d	17) d	18) c	19) a	20) a

ESTATICA
Conceptos y Aplicaciones

En este capítulo estudiaremos las condiciones que deben cumplir las fuerzas que al ser aplicadas sobre un cuerpo lo mantengan en estado de equilibrio.

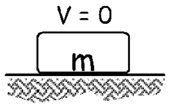
I. EQUILIBRIO MECÁNICO

Es aquel estado físico en el cual un cuerpo mantiene su velocidad constante. Existen dos casos:

1. Equilibrio Estático.

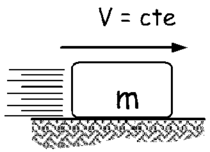
Ocurre cuando el cuerpo se encuentra en reposo relativo.

$\boxed{\vec{F}_R = 0}$,



2. Equilibrio Cinético.

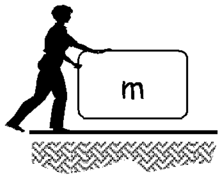
Ocurre cuando el cuerpo se mueve con movimiento rectilíneo uniforme.

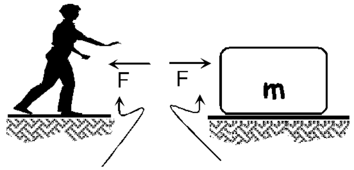


; $\boxed{\vec{F}_R = \vec{o}}$

¿Qué mide la fuerza?

La fuerza mide en forma vectorial el grado de intensidad de una interacción.



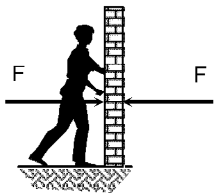


Mide la acción del bloque sobre el hombre.

Mide la acción del hombre sobre el bloque.

Tercera ley de Newton

Se le conoce también como el principio de acción y reacción.

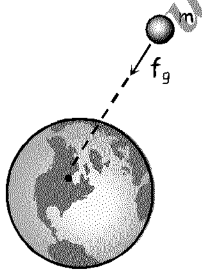


El hombre ejerce una fuerza de acción y la pared le responde con una fuerza de reacción de igual valor.

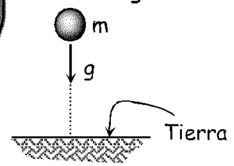
II. FUERZAS USUALES EN MECÁNICA

1. Fuerza de gravedad ($\vec{f}_g$)

Es aquella fuerza que mide la atracción gravitatoria que ejerce la Tierra a los cuerpos ubicados en su entorno.



Donde:
$f_g = mg$
$g \cong 10 m/s^2$



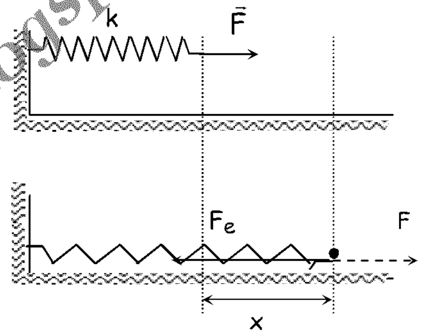
Donde:
f_g : Módulo de la fuerza de gravedad (N).
m : masa del cuerpo (kg).
g : valor de la aceleración de la gravedad.

OBSERVACIÓN

La fuerza con que un cuerpo actúa sobre su apoyo o la suspensión por causa de la atracción gravitatoria se llama Peso (W).

2. Fuerza Elástica ($\vec{F}_e$):

Es aquella fuerza que se manifiesta en el interior de los resortes cuando éstos experimentan deformaciones longitudinales elásticas.



$$\boxed{F_e = K x}$$

Donde:

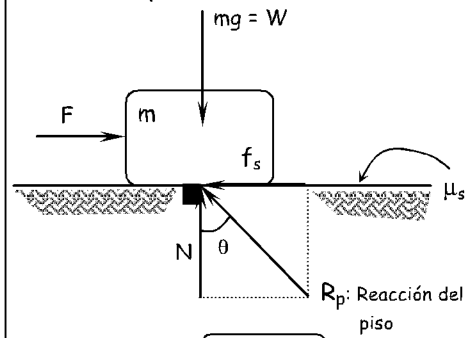
F_e = Fuerza elástica del resorte (Newton)
K = Constante de elasticidad o rigidez del resorte (N/cm ó N/m).
x = Deformación longitudinal del resorte (cm ó m)

3. Fuerza de Rozamiento($\vec{f}_r$)

Es aquella fuerza que se opone al deslizamiento o posible deslizamiento de los cuerpos. Existen dos tipos:

3.1. Fuerza de Rozamiento Estático ($\vec{f}_s$)

Es la fuerza que se opone al intento de deslizar un cuerpo sobre una superficie debido a las mutuas asperezas entre ambos cuerpos.



$$\boxed{F_s = \mu_s . N}$$

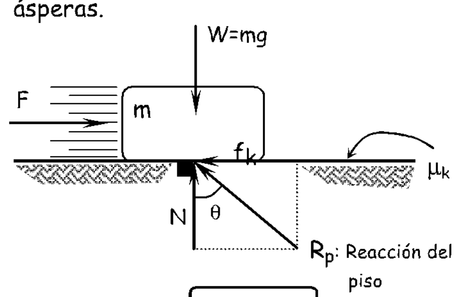
Donde:
N: Reacción Normal.

$$\boxed{\text{Reacción del Piso} = \sqrt{(f_s)^2 + N^2}}$$

$f_{s\,max}$: Valor de la fuerza de rozamiento estático máximo (Newton).
μ_s: Coeficiente de rozamiento estático
N: Valor de la reacción normal de la superficie de apoyo sobre el cuerpo

3.2. Fuerza de Rozamiento Cinético ($\vec{f}_k$)

Se presenta durante el deslizamiento de los cuerpos sobre las superficies ásperas.



$$\boxed{f_k = \mu_k\ N}$$

Donde:
N : Reacción Normal

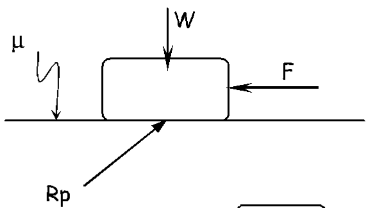
$$\boxed{\text{Reacción del Piso} = \sqrt{(f_k)^2 + N^2}}$$

Donde:
f_k: Valor de la fuerza de rozamiento cinético.
μ_k: Coeficiente de rozamiento cinético
N : Valor de la reacción normal.

OBSERVACIÓN:
Experimentalmente se cumple: $\mu_s > \mu_k$

III. PRIMERA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO (1°CE)

Establece que si sobre un cuerpo la fuerza resultante es nula, se garantiza que este cuerpo se encuentra en equilibrio de traslación es decir en reposo o con M .R .U.



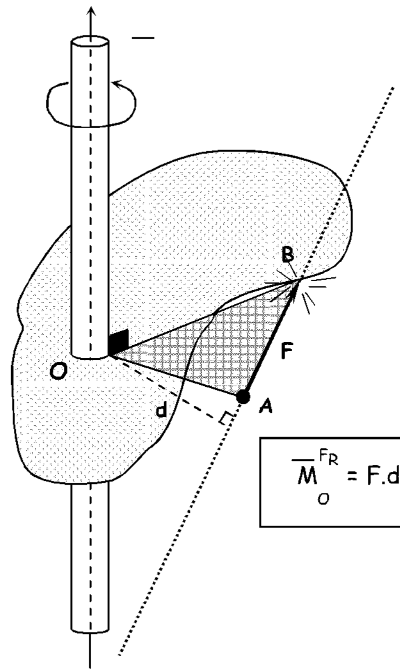
$$\boxed{\sum \vec{F} = 0} \Rightarrow \boxed{\vec{F}_R = \vec{0}}$$

De lo anterior se infiere:

$$\boxed{\begin{array}{l} \Sigma F(\rightarrow) = \Sigma F(\leftarrow) \\ \Sigma F(\uparrow) = \Sigma F(\downarrow) \end{array}}$$

IV. MOMENTO DE UNA FUERZA $\overline{M}_O^F$

Es una magnitud vectorial que mide el efecto de giro o rotación de un cuerpo por efecto de una fuerza.



$$\boxed{\overline{M}_O^{F_R} = F.d}$$

Donde:
$\overline{M}_O^{FR}$: Momento de la fuerza F con respecto al punto O.
F: Fuerza que origina el giro o rotación
D: Distancia trazada desde el centro de momentos O hasta la línea de acción de la fuerza.

V. SEGUNDA CONDICIÓN DE EQUILIBRIO (2°CE)

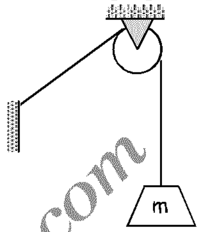
Establece que si el momento resultante respecto a un punto es cero. El cuerpo se encuentra en equilibrio de rotación.

$$\Sigma \overline{M}_O^{F_R} = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{c} \Sigma \overline{M}\,(\text{Antihorario}) = \Sigma \overline{M}\,(\text{Horario}) \\ \sum \overline{M} \circlearrowleft \; = \; \sum \overline{M} \circlearrowright \end{array}}$$

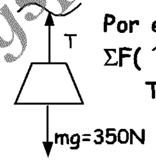
PROBLEMAS RESUELTOS

1.- Si el sistema se encuentra en equilibrio calcula el valor de la tensión si: m=35kg. (g=10m/s^2)



Solución:

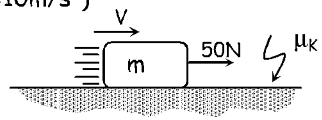
D.C.L (bloque)



Por equilibrio
$\Sigma F(\uparrow) = \Sigma F(\downarrow)$
$T = 350N$

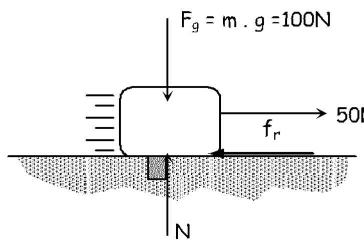
$\therefore \boxed{T = 350N}$

2.- Si el bloque se mueve con velocidad constante, si m=10kg, calcula el coeficiente de rozamiento cinético. (g=10m/s^2)



Solución:

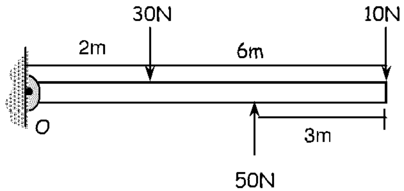
D.C.L. (Bloque)



Sabemos que $f_r = \mu_K \times N$......(1)

Por equilibrio:
- $\Sigma F\uparrow = \Sigma F\downarrow$
  $N = f_g \Rightarrow N = 100N$
- $\Sigma F(\rightarrow) = \Sigma F(\leftarrow)$
  $50N = f_r$
  Luego: $50N = \mu_k \times N$
  $50N = \mu_k \times 100$
  $\therefore \boxed{\mu_k = 0{,}5}$

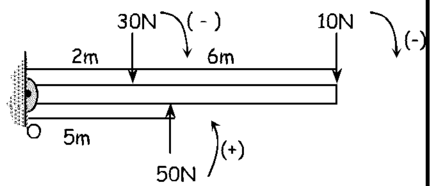
3.- Calcula el momento resultante respecto al punto "O"



Solución:

$$\sum \overline{M}_0^F = \sum \overline{M}_0^F(+) + \sum \overline{M}_0^F(-)$$

$$\sum \overline{M}_0^F = M_0^{50} - M_0^{30} - M_0^{10}$$



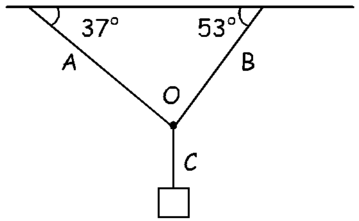
Reemplazando:

$$\sum \overline{M}_0^F = 50\text{x}5 - 30\text{x}2 - 10\text{x}8$$

$$\sum \overline{M}_0^F = 250 - 60 - 80$$

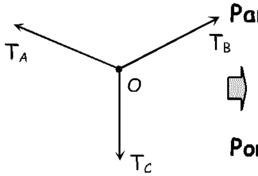
$$\therefore \boxed{\sum \overline{M}_0^F = {}^{+}110\ \text{N.m}}$$

4.- Un bloque de 30 kg está suspendido mediante las cuerdas A, B y C. Si el sistema se encuentra en equilibrio, calcula la tensión que se produce en cada cuerda.

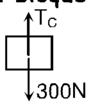


Solución:

D.C.L del nodo "O"

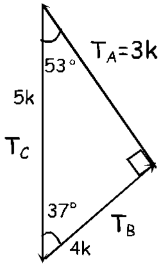


Para el bloque



Por equilibrio
T_C=300N

Por el método del triángulo.



5k = 300

k = 60

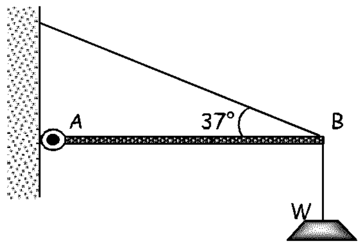
Luego:

T_A = 3x60 = 180N

T_B = 4x60 = 240N

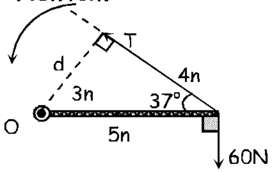
$\therefore$ $\boxed{\begin{array}{l} T_C=300N \\ T_A=180N \\ T_B=240N \end{array}}$

5.- Calcula la compresión de la barra AB de peso despreciable si la carga W pesa 60 N.



Solución:

D.C.L (barra) por la 2° Ley de Newton.



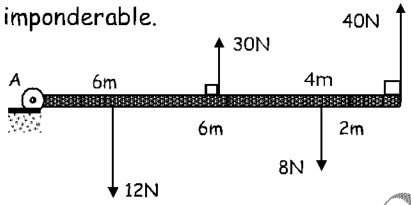
Tomando momentos respecto al punto "O"

$M_0^T = M_0^{60N}$

Tx3n = 60x5n

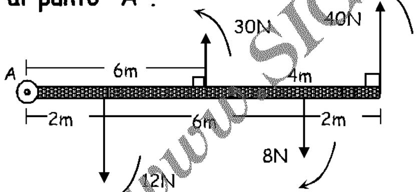
$\therefore$ $\boxed{T = 100N}$

6.- Determina la resultante de las fuerzas mostradas en la figura y su posición respecto de la articulación ubicada en el punto "A". La barra es imponderable.



Solución:

Tomando momentos con respecto al punto "A".



$M_A^R = M_A^{30} + M_A^{40} - M_A^{12} - M_A^{8}$

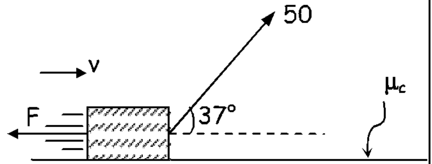
M_A^R **= 30x6 + 40x10 – 12x2 – 8x8**

M_A^{30} **= 180 + 400 – 24 – 64**

$\therefore$ $\boxed{M_A^{30} = 492N.m}$

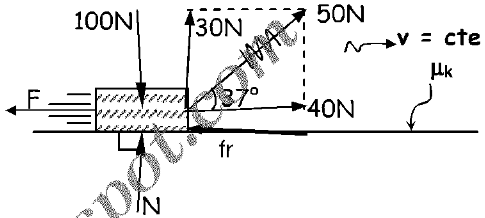
7.- Determina el valor de la fuerza F sabiendo que el bloque de 100N

resbala con rapidez constante en la dirección indicada (μ_c = 0,4).



Solución:

D.C.L. (bloque)



Por equilibrio Cinético:

*** $\Sigma F\uparrow = \Sigma F\downarrow$ (eje "y")**

N+30 = 100 → N = 70N...(1)

*** $\Sigma F\rightarrow = \Sigma F\leftarrow$ (eje "x")**

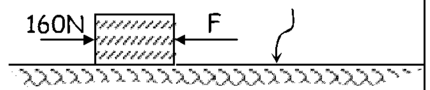
40N = F + fr : $\boxed{fr = \mu_k \times N}$

40 = F + μ_k x N

$\rightarrow F = 40 - \dfrac{4}{10} \times 70$

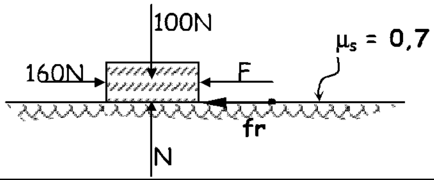
$\therefore$ $\boxed{F = 12N}$

8.- Determina el valor de la fuerza F si se sabe que el bloque de 100N está a punto de deslizar hacia la derecha. μ_s = 0,7



Solución:

D.C.L. (bloque)



Por estar en Mov. Inminente se cumple el Eq. Estático.

*** $\Sigma F\uparrow = \Sigma F\downarrow$**

N = 100N ...(1)

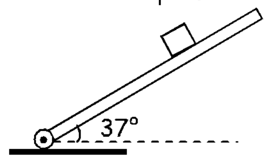
*** $\Sigma F\rightarrow = \Sigma F\leftarrow$**

160 = F + fr ; $\boxed{fr = \mu_s \times N}$

160 = F + 0,7x100

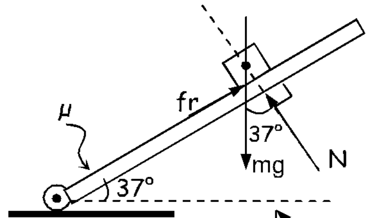
$\therefore$ $\boxed{F = 90N}$

9.- Se tiene un bloque en un plano inclinado cuando el plano forma 37° con la horizontal, el bloque se encuentra a punto de deslizar. Halla el coeficiente de rozamiento estático entre las superficies.

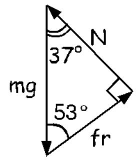


Solución:

D.C.L. (bloque en la barra)



Por equilibrio se cumple:



Del triángulo:

Tg37° = $\dfrac{fr}{N} = \dfrac{\mu_s . N}{N}$

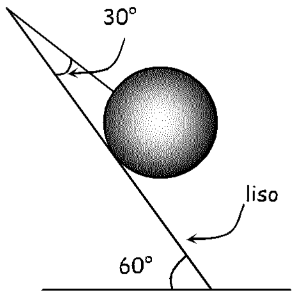
→ Tg37° = μ_s

$\dfrac{3}{4} = \mu_s$

$\therefore$ $\boxed{\mu_s = 0,75}$

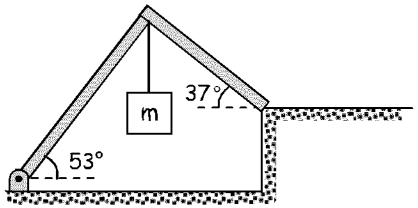
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- En la figura, la esfera homogénea de 70N está en equilibrio, determina la tensión en la cuerda y la reacción del plano sobre la esfera.



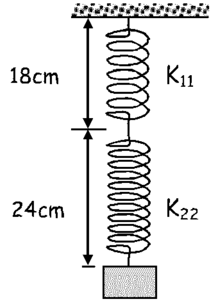
a) 70N; 50N b) 70N ; 60N
c) 70N ; 70N d) 50N; 70N
e) N.A.

2.- Si las barras ingrávidas están en equilibrio determina las comprensiones que soportan dichas barras si m = 12kg.



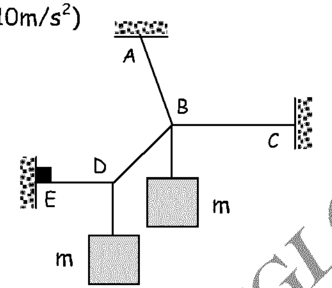
a) 96N; 72N b) 72N; 9N
c) 50N; 72N d) 60N; 96N
e) N.A.

3.- Si el bloque de 600N se abandona lentamente hasta quedar en la posición mostrada ¿cuál es la longitud inicial de cada resorte?
K_1= 300N/cm, K_2 = 200N/cm



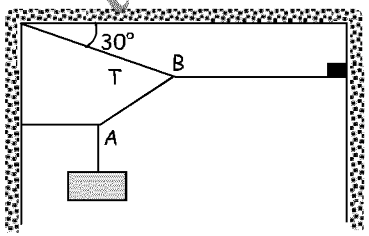
a) 16cm; 21cm b) 16cm; 16cm
c) 19cm; 20cm d) 20cm; 10cm
e) N.A.

4.- En el sistema en equilibrio mostrado determina la tensión en la cuerda AB, si en "BC" y "DE" son de 18N y 11N respectivamente. m =1,2 kg. (g= 10m/s^2)



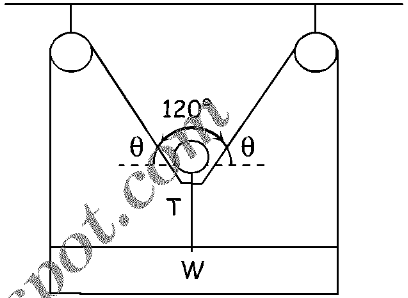
a) 10N b) 12N c) 20N
d) 25N e) N.A.

5.- Se muestra un bloque de 40N de peso en equilibrio. Determina la tensión en la cuerda "T"



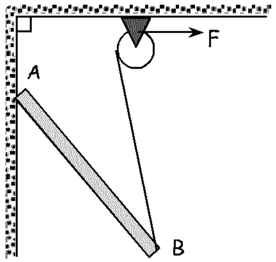
a) 80N b)70N c) 60N
d) 35N e) N.A.

6.- La figura muestra un bloque de peso W=11N en posición de equilibrio. Halla la tensión de la cuerda "T" sabiendo que la polea central tiene un peso P = 1N. Debe observarse que la cuerda forma un ángulo de 120° en la parte central.



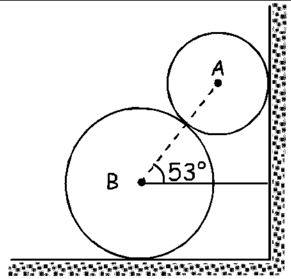
a) 3N b) 4N c) 5N
d) 6N e) N.A.

7.- Si la reacción en "A" de la pared lisa sobre la barra es de 5N y la barra uniforme y homogénea AB pesa 12N, se encuentra en equilibrio. Halla la magnitud de la fuerza horizontal "F".



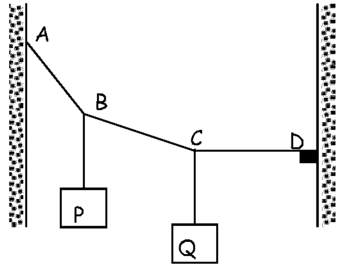
a) 13N b) 14N c) 15N
d) 16N e) 17N

8.- El sistema mostrado se encuentra en equilibrio. Calcula la tensión de la cuerda horizontal si las esferas tiene los siguientes pesos: WA = 120N = WB. No hay rozamiento.



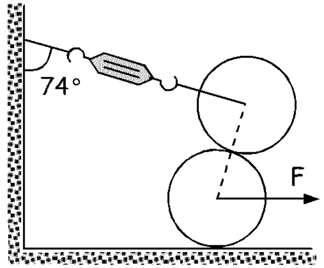
a) 90N b) 80N c) 70N
d) 60N e) N.A.

9.- En el sistema mostrado. Determina la tensión en la cuerda AB, sabiendo que la tensión en la cuerda horizontal CD es 20N, además : Q= 2P = 10N.



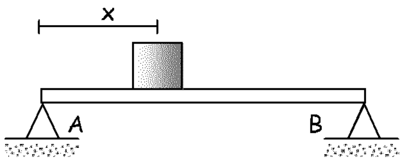
a) 40N b) 30N c) 25N
d) 24N e) N.A.

10.- Las esferas mostradas son iguales en peso y radio. Determina la lectura del dinamómetro si existe mediante la fuerza F=240N.



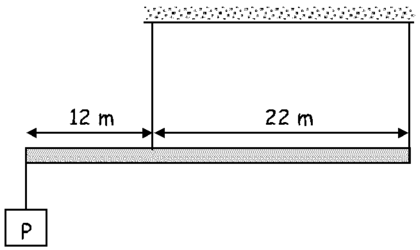
a) 60N b) 120N c) 125N
d) 240N e) 250N

11.- Un bloque de peso P está colocado sobre una viga horizontal de 3m apoyada en A y B. Si la reacción en A es el doble de la reacción en B y despreciando el peso de la viga. Halla "x".



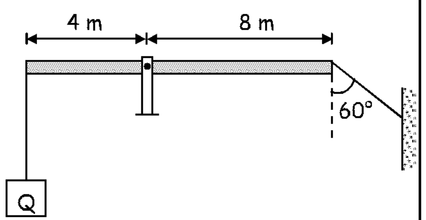
a) 0,5m b) 1,0m c) 1,5m
d) 2,0m e) 2,5m

12.- Determina el máximo valor del peso de "P" para que la barra se mantenga en forma horizontal. (La barra es uniforme y pesa 60N).



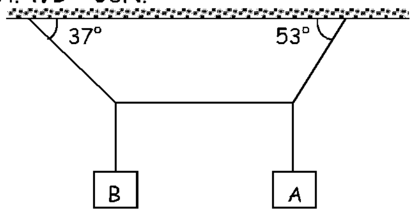
a) 30N b) 40N c) 25N
d) 60N e) 80N

13.- Una barra homogénea de 40N se mantiene en equilibrio como se indica. Si el bloque "Q" pesa 50N, halla la tensión en el cable.



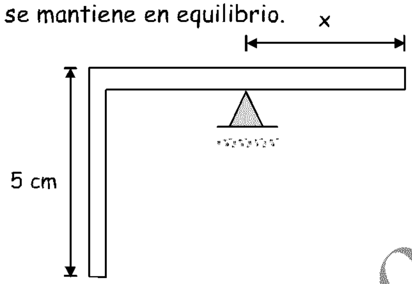
a) 25N b) 20N c) 30N
d) 35N e) 15N

14.- Si el sistema mostrado esta en equilibrio. Halla el peso del cuerpo A. WB = 36N.



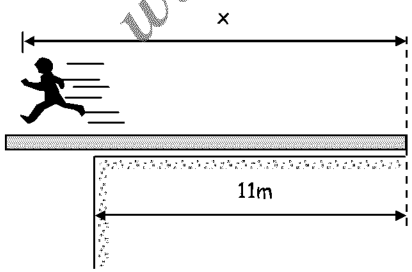
a) 24N b) 64N c) 30N
d) 18N e) 12N

15.- Un alambre rígido homogéneo de 25cm de longitud es doblado como se indica. Determina "x" si la barra se mantiene en equilibrio.



a) 12,5cm b) 10cm c) 8cm
d) 11cm e) 12cm

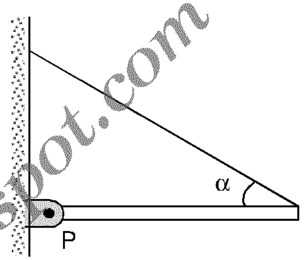
16.- Halla la máxima distancia x que puede avanzar el niño de 75N sin que gire la barra homogénea de 100N y 16 cm de longitud.



a) 16 b) 15 c) 14
d) 13 e) 12

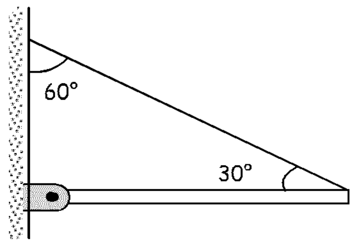
17.- Una barra homogénea de peso "W" está sostenida por una bisagra y una cuerda en la forma mostrada, la fuerza ejercida sobre la barra por la bisagra en el punto "P" tiene un componente vertical......

I. Igual "W"
II. Igual a "W/2"
III. Que depende del valor del ángulo "α".



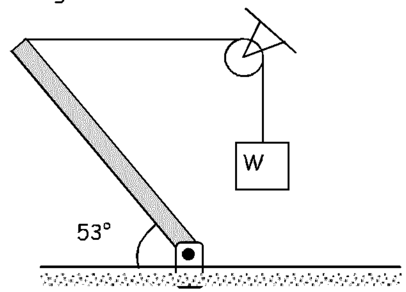
a) Sólo III b) Sólo II c) Sólo I
d) I y II e) Ninguna

18.- Si la barra homogénea mostrada pesa "W", la tensión en la cuerda que la sujeta tendrá un módulo ....



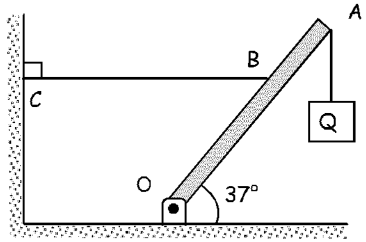
a) Igual a W
b) Mayor que W
c) Menor que W
d) No se puede determinar
e) N.A.

19.- Halla "W" , si el sistema esta en equilibrio siendo el peso de la barra homogénea 200N.



a) 50N b) 100N c) 75N
d) 80N e) 120N

20.- La figura muestra una barra OA uniforme y homogénea de 5N de peso y 15dm de longitud en equilibrio. Si el peso del bloque "Q" es de 10N. Halla la tensión de la cuerda horizontal BC, sabiendo que OB = 10 dm.



a) 100N b) 75N c) 50N
d) 25N e) N.A.

CLAVES

1) c	2) a	3) a	4) d
5) a	6) a	7) a	8) a
9) c	10) e	11) b	12) c
13) c	14) b	15) e	16) c
17) a	18) a	19) c	20) d

DINAMICA
Conceptos y Aplicaciones

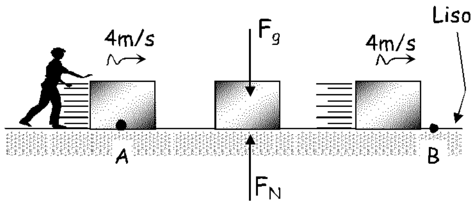
I. CONCEPTO

Dinámica es la parte de la mecánica que estudia la relación que hay entre el movimiento de los cuerpos y la causa que lo produce.
En este caso estudiaremos la dinámica rectilínea.

II. DINÁMICA RECTILÍNEA

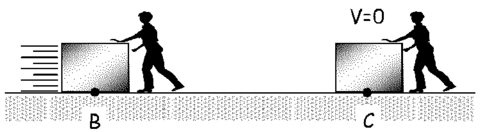
1. Un bloque es lanzado sobre una superficie horizontal.

Fig (1)



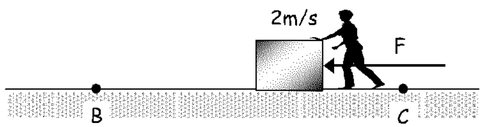
2. El bloque en movimiento, es detenido

Fig (2)



3. El bloque es empujado por una fuerza F.

Fig (3)



4. OBSERVACIONES

a) El bloque se lanza en el punto (A), y a pesar que ya no es empujado continua deslizándose sin cambiar su velocidad. Esto se explica haciendo un diagrama de fuerza en la Fig (1), donde notamos que la $\vec{F}_R$ es nula. Por lo cual el bloque que se encuentra en equilibrio cinético de traslación.

b) En la Fig (2) notamos que para detener al bloque este debe ser empujado contrario a su movimiento.

c) En la Fig (3), se puede observar que la fuerza $\vec{F}$ ejercida por la mano, es una $\vec{F}_R$ y la causante del cambio de velocidad.

5. CONCLUSIÓN :

Toda fuerza resultante ($\vec{F}_R$) no nula, origina la aceleración de los cuerpos. Esta conclusión constituye básicamente la segunda Ley de Newton.

III. SEGUNDA LEY DE NEWTON

Se le conoce también como la "ley fundamental" de la dinámica y establece que la aceleración que experimenta un cuerpo es directamente proporcional a la fuerza resultante e inversamente proporcional a su masa.

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}}$$

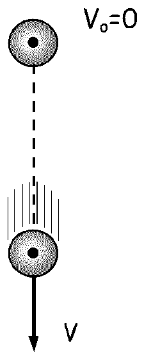
Donde:

$\vec{a}$: Es la aceleración que experimenta el cuerpo, se mide en "m/s^2".

$\vec{F}_R$: Es la fuerza resultante sobre el cuerpo, se mide en newton "N".

m : Es la masa del cuerpo, en "kg".

$$\boxed{\vec{F}_R = m.\vec{a}}$$



Donde:

$(\vec{a})$ ...D.P .. $(\vec{F}_R)$
$(\vec{a})$ ...I.P .. (m)

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}_R}{m}}$$

Ecuación Vectorial

Como la aceleración $(\vec{a})$ y la fuerza resultante presenta la misma dirección, la ecuación vectorial podemos plantearlo en forma escalar.

$$\boxed{a = \frac{F_R}{m}}$$

Donde:

a : Aceleración del cuerpo en (m/s^2).

F_R: Fuerza resultante sobre el cuerpo en Newton.

m : La masa del cuerpo en "kilogramos" (kg).

*** EQUIVALENCIA:**

$$\boxed{1\ N = 1\ Kg\ 1\frac{m}{s^2}}$$

NOTA:

Cabe señalar que para movimientos a pequeñas velocidades (V<< C), la masa de un cuerpo permanece constante. Sin embargo en las investigaciones realizadas con partículas muy rápidas (V≈C), se tiene que la masa de los cuerpos no permanece constante, sino depende de la velocidad y se verifica que la masa final "m" es:

$$\boxed{m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}$$

Donde:

m_O: Es la masa constante que posee el cuerpo cuando v≈0.

v : Es la velocidad del cuerpo .

c : Es la velocidad de la luz (3.10^8m/s).

¿Cómo resolver un problema de dinámica?

1° Se grafica todas las fuerzas aplicadas al cuerpo en estudio (D.C.L.).
2° Se analiza las fuerzas en las direcciones vertical y horizontal.
3° Se aplica la 2da Ley de Newton.

¿A qué es igual la fuerza resultante?

$$\boxed{F_R = \Sigma F = m \cdot a}$$

$$\boxed{F_R = \sum F_{\substack{\text{en favor de la}\\ \text{aceleración}}} - \sum F_{\substack{\text{en contra de la}\\ \text{aceleración}}}}$$

IV. MASA

La masa es una propiedad inherente a la materia y nos expresa la medida de inercia que posee un cuerpo.
Asimismo la masa es una magnitud física escalar que nos indica también la cantidad de materia que posee un cuerpo.

4.1 CARACTERÍSTICAS DE LA MASA

a) La masa es constante en el ámbito de la Mecánica Clásica (V<< C).
b) La masa es aditiva por que la masa total de un sistema es igual a la suma de las masas componentes.

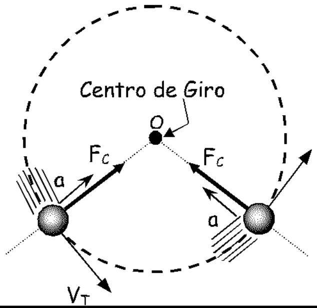
Unidad en SI: Kilogramo "kg".

V. INERCIA

La inercia es una propiedad inherente a la materia que se manifiesta como la tendencia natural de los cuerpos a conservar su estado inicial, sea de reposo relativo o movimiento rectilíneo uniforme.

VI. DINÁMICA CIRCUNFERENCIAL

- **Aplicación al M.C.U**



En esta parte de la Dinámica estudiaremos las condiciones que deben cumplir las fuerzas para que un cuerpo describa una trayectoria circunferencial. El estudio se fundamenta en la 2da Ley de Newton.
Como recordaremos, en el movimiento circunferencial el móvil posee dos velocidades (tangencial y angular). Si el movimiento es circunferencial uniforme la velocidad tangencial se mantiene constante en su módulo pero cambia de dirección permanentemente.
La rapidez con que cambia la dirección de la velocidad tangencial se mide con la aceleración centrípeta.

$$\boxed{a_c = \frac{V_t^2}{R} = w^2R} \quad ...(1)$$

Donde:

a_c : Aceleración centrípeta, en "m/s²"
V_t: Rapidez tangencial, medida en "m/s" o rapidez lineal.
$\vec{w}$: Velocidad angular, en (rad/s).
R: Radio de giro, medido en metros (m)

1.- ¿CUÁL ES LA CONDICIÓN DE TODO MOVIMIENTO CIRCUNFERENCIAL?

Para que un cuerpo gire con movimiento circunferencial debe existir sobre él una fuerza resultante mayor que cero, dirigida hacia el centro de la circunferencia denominada "fuerza centrípeta", lo cual origina una "aceleración centrípeta" en su misma dirección.

2.- ¿CÓMO HALLAR LA FUERZA CENTRÍPETA?

De la Segunda ley de Newton:

$$\boxed{F_C = m \cdot a_C} \quad ....(2)$$

Reemplazando (1) en (2)

$$\boxed{F_C = m\left(\frac{V_t^2}{R}\right) = m(w^2R)}$$

Donde:

m : Es la masa del cuerpo, en "kg".

F_C : Es la fuerza centrípeta o fuerza resultante en dirección radial dirigida hacia el centro de rotación, se le mide en newton "N".

3.- FUERZA CENTRÍPETA (FC)

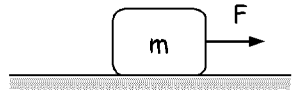
Es aquella fuerza resultante en la dirección radial que origina todo movimiento circunferencial. Posee la misma dirección que la aceleración centrípeta.

$$F_C = \Sigma F_{RADIALES} = m.a_c$$

$$\boxed{F_C = \Sigma F_{\substack{\text{RADIALES}\\ \text{QUE VAN HACIA}\\ \text{EL CENTRO}}} - \Sigma F_{\substack{\text{RADIALES}\\ \text{QUE SALEN}\\ \text{DEL CENTRO}}}}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

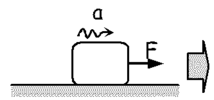
1.- Un bloque de masa m=2kg es arrastrado sobre una superficie lisa con una fuerza F=10N. Calcula la aceleración que experimenta dicho bloque.



Solución:

Por la Ley de Newton

$$F_R = m \times a$$

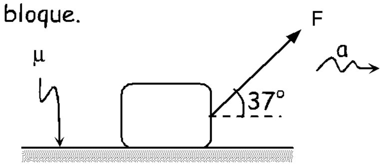


$$F = m \times a$$
$$10N = 2kg \times a$$

$$a = \frac{10N}{2kg} = \frac{10Kg}{2Kg}.m/s^2$$

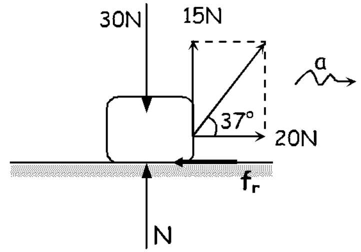
$$\boxed{a = 5\ m/s^2}$$

2.- Un bloque es jalado por la fuerza F=25N sobre una superficie áspera con μ = 1/3; si m=3kg. Calcula la aceleración que experimentará el bloque.



Solución:

D.C.L Bloque



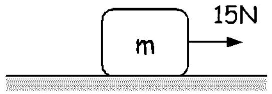
* Eje "y" equilibrio

$$\Sigma F\uparrow = \Sigma F\downarrow$$
$$N+15 = 30N$$
$$\rightarrow N = 15N$$

* Eje "x": 2° Ley Newton

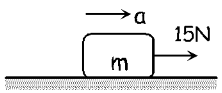
$$\boxed{F_R = m \times a}$$
$$20 - f_r = 3 \times a$$
$$20 - \mu \,.\, N = 3 \times a$$
$$20 - 5 = 3.a$$
$$\boxed{a = 5m/s^2}$$

3.- Calcula la aceleración del bloque de 3kg si las superficies son lisas.



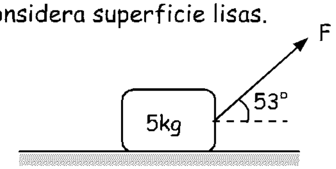
Solución:

Por la 2° ley de Newton



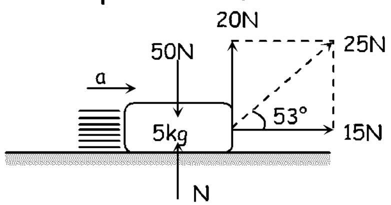
$$\boxed{F_R = m.a}$$
$$15 = 3.a$$
$$\boxed{A = 5m/s^2}$$

4.- Calcula la aceleración que experimentará el bloque si F=25N, considera superficie lisas.



Solución:

Descomponiendo la fuerza F.

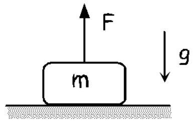


Solo hay movimientos en la horizontal por lo tanto la fuerza de 15N genera aceleración.

Por la 2° Ley de Newton.

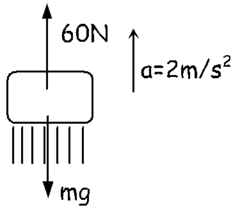
$$\boxed{F_R = m \times a}$$
$$15 = 5 \times a$$
$$\boxed{a = 3m/s^2}$$

5.- Calcula la masa del bloque con $a=2m/s^2$. F=60N ($g=10m/s^2$)



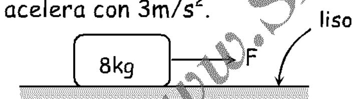
Solución:

Por la 2° Ley de Newton en la vertical.

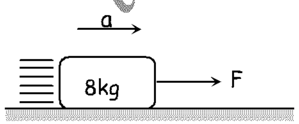


$$60 - m.g = m.a$$
$$60 = 12m$$
$$\boxed{m = 5kg}$$

6.- En la figura calcula "F" si el bloque acelera con $3m/s^2$.



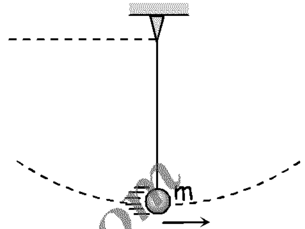
Solución:



Por la 2° Ley de Newton

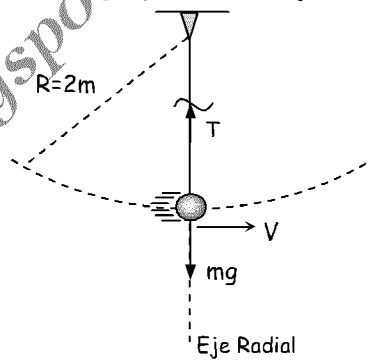
$$\boxed{F_R = m \,.\, a}$$
$$F = 8 \times 3$$
$$\boxed{F = 24N}$$

7.- En la figura la pelotita pasa por el punto más bajo con una velocidad de 4m/s si la longitud de la cuerda es 2m, halla el valor de la tensión en la cuerda. m=4kg ($g=10m/s^2$)



Solución:

D.C.L en el punto más bajo



Por la 2° Ley de Newton

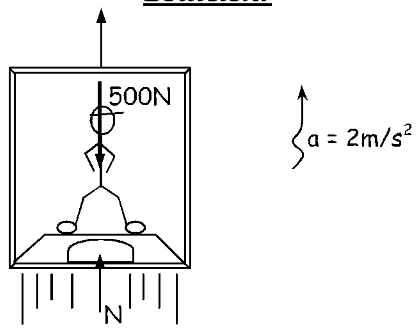
$$F_{cp} = m \times a_{cp}$$
$$T - mg = m \times \frac{V^2}{R}$$
$$T = \frac{mV^2}{R} + mg$$

Reemplazando datos:

$$T = 4 \times \frac{(4)^2}{2} + 4 \times 10$$
$$\boxed{T = 72N}$$

8.- Una persona de 50Kg se encuentra dentro de un ascensor y sobre una balanza. El ascensor acelera hacia arriba con $2m/s^2$ determina la lectura de la balanza.

Solución:

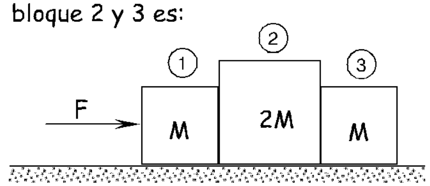


La lectura de la balanza es numéricamente igual a la normal (N).

Por la 2° Ley de Newton

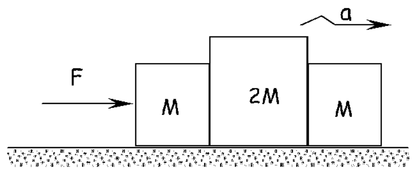
$$Fr = m.a$$
$$N - 500 = 50 \times 2$$
$$\boxed{N = 600N}$$

9.- La figura muestra 3 cuerpos en contacto por la acción de una fuerza "F". La fuerza de contracto sobre el bloque 2 y 3 es:



Solución:

i) Calculo de la aceleración del sistema.



Por la 2° Ley de Newton:

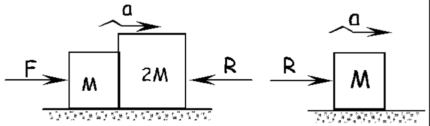
$Fr = m_{sist}.a$

$F = (M + 2M + M).a$

Luego:

$$a = \frac{F}{4M} \quad .... (1)$$

Haciendo una separación de los bloques (2) y (3)



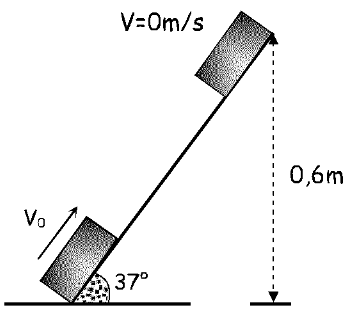
Por la 2° Ley. $\boxed{Fr = m.a}$ — **Por la 2° Ley.** $\boxed{Fr = m.a}$

$$F-R=(M+2M).\frac{F}{4M} \qquad R=M.\frac{F}{4M}$$

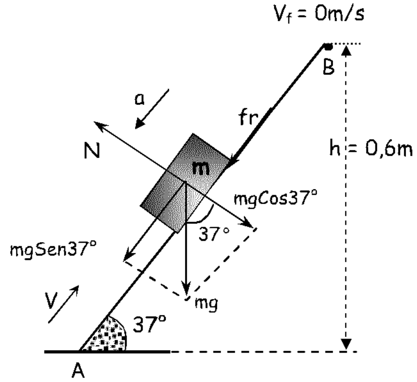
$$F-R = \frac{3F}{4} \qquad \boxed{R = \frac{F}{4}}$$

$$R = \frac{F}{4}$$

10.- Un bloque es lanzado sobre un plano inclinado rugoso (μ_k=0.25). Si alcanza una máxima altura de 0,6m respecto a la horizontal. Determina la rapidez del lanzamiento. (g = 10m/s^2)



Solución:



En la vertical del plano: Equilibrio

→ $N = mgCos37°$ ...(1)

En el Tramo "AB":

Calcula de "a"

Por la 2° Ley de Nw.

$$\boxed{Fr = m.a}$$

$-mgSen37° - fr = m.a$

$$-mg.\frac{3}{5} - \frac{1}{4}.mgCos37° = m.a$$

Como: $g = 10m/s^2$

$-6 - 2 = a$

→ $a = -8m/s^2$

El signo es negativo ya que está en contra del movimiento.

Finalmente por M.R.U.V.

$$\boxed{V_{fB}^2 = V_{0A}^2 - 2a.d_{AB}}$$

$0 = v^2 - 2.8.1$

$16 = v^2$

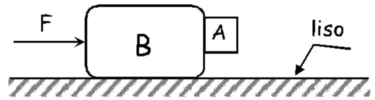
$$\boxed{v = 4m/s}$$

PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Un estudiante coloca un ladrillo sobre un tablón y gradualmente levanta un extremo, cuando la inclinación con la horizonte es de 30°, el ladrillo está por deslizar y cuando lo hace recorre 4m en 4s. Halla el coeficiente de rozamiento estático entre el ladrillo y el tablón aproximadamente.

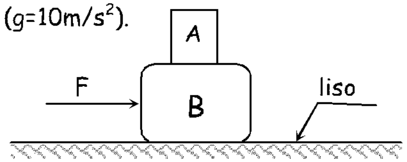
a) 0,5 b) 0,58 c) 0,9
d) 1,0 e) 0,75

2.- Si las masas de los bloques "A" y "B" valen respectivamente 1Kg. y 3Kg. Determina el mínimo valor de "F" horizontal para que el bloque "A" no resbale sobre "B". Los coeficientes de rozamiento entre los bloques valen 0,4 y 0,2 (g=10m/s^2).



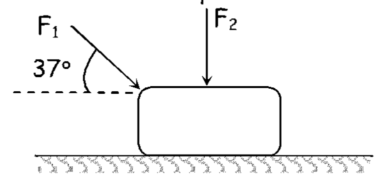
a) 60N b) 80N c) 100N
d) 120N e) N.A

3.- Calcula el máximo valor "F" horizontal para que el cuerpo "A" de 2Kg. que se halla apoyado sobre "B" de 3 Kg. no resbale. Los coeficientes de rozamiento entre los bloques valen 0,4 y 0,2 (g=10m/s^2).



a) 80N b) 60 c) 40
d) 20 e) N.A

4.- La figura muestra un bloque de peso 5N. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la superficie es 0,1. Determina la aceleración del bloque en m/s^2

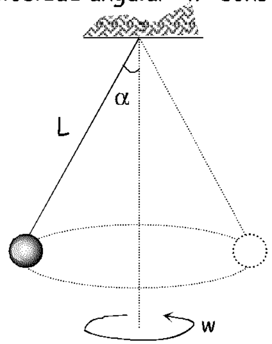


a) 5,4 b) 3,6 c) 2,4
d) 1,2 e) N.A

5.- Un bloque de 5Kg de masa se coloca sobre un plano inclinado 37° con la horizontal. Si resbala a través del plano con una aceleración de 2m/s^2. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético?

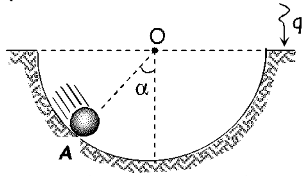
a) 0,2 b) 0,3 c) 0,4
d) 0,5 e) N.A

6.- Halla el coseno del ángulo que forma la cuerda con la vertical, si la pequeña esfera de masa "m" gira con velocidad angular "w" constante.



a) Lg/w^2 b) g/ w^{2}L c) g/ w^2 L^2
d) 4g/ w^{2}L e) 3g/ w^{2}L

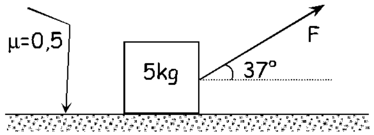
7.- Determina el módulo de la fuerza que ejerce el piso sobre la esfera de 6kg al pasar por el punto “A”. (Desprecie las asperezas y considere que en “A”, la aceleración centrípeta es de $3m/s^2$) (α= 60°)



a) 36N b) 48N c) 18N
d) 12N e) 60N

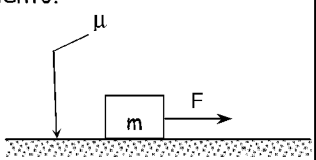
8.- Sobre una superficie horizontal áspera, se lanza un bloque de 1kg con una rapidez de 10m/s. Si μ_s=0,8 y μ_k=0,5 ($g=10m/s^2$). Calcula el tiempo necesario para que se detenga.
a) 1s b) 2s c) 3s
d) 0,2s e) 4s

9.- Si la masa de 5kg es jalada por la fuerza “F” de 50N. ¿Con qué aceleración avanza la masa si μ =0,5?. Considera ($g=10m/s^2$)

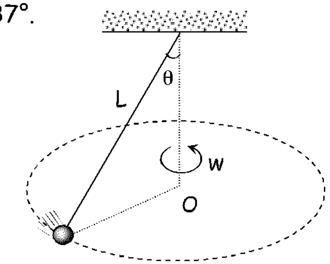


a) 2 m/s^2 b) 3 m/s^2 c) 4 m/s^2
d) 5 m/s^2 e) 6 m/s^2

10.- Si el bloque “m” avanza a rapidez constante y es accionado por la fuerza “F” de 50N. Calcula la fuerza de rozamiento.
a) 10N
b) 25N
c) 50N
d) 30N
e) N.A.



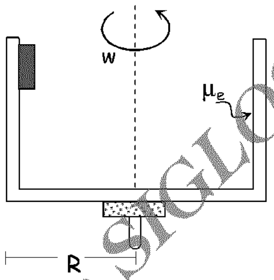
11.- Calcula la rapidez angular que desarrolla la masa del péndulo físico mostrado en la figura. L=12,5 m y θ=37°.



a) 1 rad/s b) 4/3 rad/s
c) 6 rad/s d) 2/3 rad/s
e) 5 rad/s

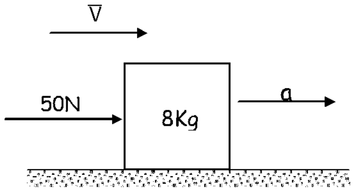
12.- Calcula la rapidez angular mínima que le impide resbalar al bloque sobre la superficie cilíndrica de radio 0,4 m y coeficiente de rozamiento estático 0,25.

a) 5 rad/s
b) 7 rad/s
c) 10 rad/s
d) 11 rad/s
e) 12rad/s

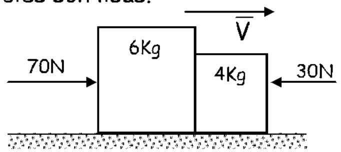


13.- El bloque mostrado acelera hacia la derecha a razón de 4 m/s^2 tal como se muestra. ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento cinético por parte de la superficie áspera. (En N)

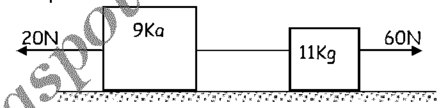
a) 13
b) 14
c) 17
d) 18
e) 20



14.- Determina la fuerza de contacto entre los bloques mostrados; las superficies son lisas.
a) 64N
b) 32N
c) 48N
d) 45N
e) 46N

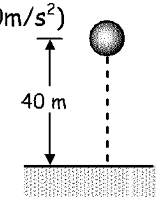


15.- 1Determina la aceleración del sistema mostrado y la tensión en la cuerda que une a los bloques; respectivamente en (m/s^2 y N) las superficies son lisas.



a) 4 y 36 b) 2 y 38 c) 3 y 35
d) 5 y 40 e) N.A.

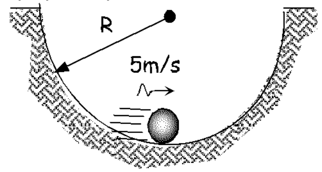
16.- Un joven suelta una esfera de 4kg de la posición mostrada. Si la resistencia que ofrece el aire al movimiento de la esfera es constante y de 20N. ¿Luego de cuántos segundos de ser soltada llega al piso? ($g=10m/s^2$)
a) 3s
b) 5s
c) 2s
d) 4s
e) 1s



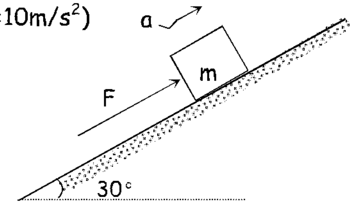
17.- Sobre un bloque se aplica dos fuerzas coplanares horizontales F_1 y F_2 de valores 10 $\sqrt{3}$ N. Cada uno y que forman un ángulo de 60° entre sí. Si el coeficiente de rozamiento cinético es 0,6 y el bloque pesa 20N. Halla la aceleración del bloque.

a) $2m/s^2$ b) $9m/s^2$ c) $8m/s^2$
d) $7m/s^2$ e) $\sqrt{3}\ m/s^2$

18.- La esfera de 4kg pasa por la posición más baja con una rapidez de 5m/s. Determina el módulo de la reacción normal en dicha posición. ($g=10m/s^2$) (R=1m).
a) 120N
b) 100N
c) 150N
d) 80N
e) 140N

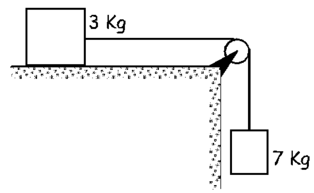


19.- ¿Qué valor tiene la fuerza “F” si la masa de 20kg sube a razón de $1m/s^2$?. No hay rozamiento. ($g=10m/s^2$)



a) 120N b) 100N c) 80N
d) 60N e) 90N

20.- Calcula la aceleración que experimenta el sistema mostrado. en m/s^2.
a) 3
b) 5
c) 7
d) 4
e) 8



CLAVES

1) b	2) c	3) d	4) d
5) d	6) b	7) b	8) b
9) e	10) c	11) a	12) c
13) d	14) e	15) b	16) d
17) b	18) e	19) a	20) c

TRABAJO, POTENCIA Y ENERGIA

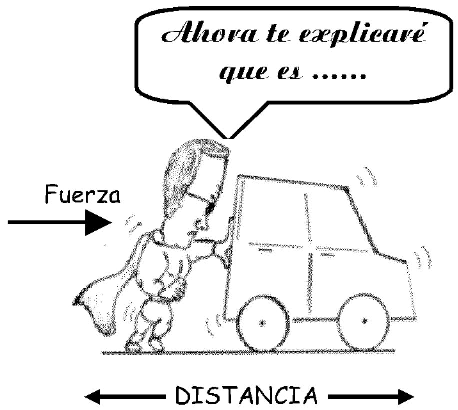
Conceptos y Aplicaciones

TRABAJO MECÁNICO (W)

CONCEPTO DE TRABAJO.

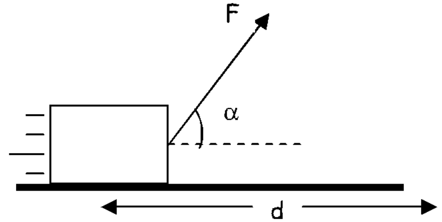
Por propia experiencia sabemos que necesitamos fuerza para alterar la rapidez de un objeto, para vencer el rozamiento, para comprimir un resorte, para moverse en contra de la gravedad; en cada caso debe realizarse trabajo. El trabajo es siempre vencer una resistencia.
Por lo que podemos decir que:

Trabajo es la facultad que tienen las fuerzas para generar movimiento venciendo siempre una resistencia, sea esta una fuerza o bien la propia inercia de los cuerpos.
Sólo habrá trabajo sobre un cuerpo si este se desplaza a lo largo de la línea de acción de la fuerza aplicada.



TRABAJO REALIZADO POR UNA FUERZA CONSTANTE

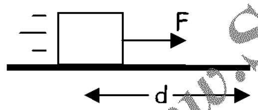
Es decir si "F" no cambia su módulo, dirección y sentido.



$$\boxed{W = F(\cos\alpha)d}$$

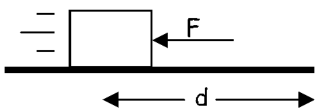
CASOS:

1. Si "F" es paralela al desplazamiento $\vec{d}$ y actúa a favor del movimiento, el trabajo "W" es positivo.
   $\alpha = 0$



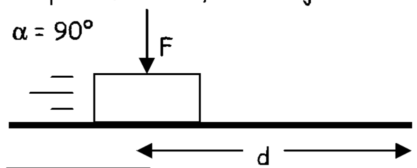
$\boxed{W = F\,d}$ **TRABAJO MOTRIZ**

2. Si "F" es paralela al desplazamiento $\vec{d}$ y actúa contra el movimiento, el trabajo "W" es negativo.
   $\alpha = 180°$



$\boxed{W = -F}$ **TRABAJO RESISTIVO**

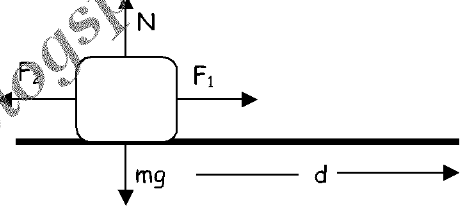
3. Si "F" es perpendicular al desplazamiento d, el trabajo es nulo.
   $\alpha = 90°$



$\boxed{W = 0}$ **TRABAJO NULO**

TRABAJO NETO

Conocido también como **trabajo total**, es la suma de los trabajos de cada una de las fuerzas que actúan sobre el cuerpo para un desplazamiento determinado.



$$\boxed{W_{NETO} = F_R\,.d}$$

F_R = FUERZA RESULTANTE

CASOS:

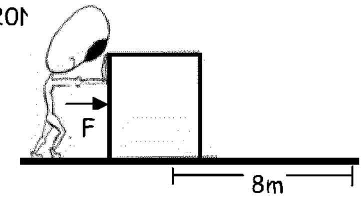
a) Si W_{NETO} **es positivo**, el movimiento es acelerado.

b) Si W_{NETO} **es cero**, el movimiento es uniforme, o el cuerpo se encuentra en reposo.

c) Si W_{NETO} **es negativo**, el movimiento es retardado o desacelerado.

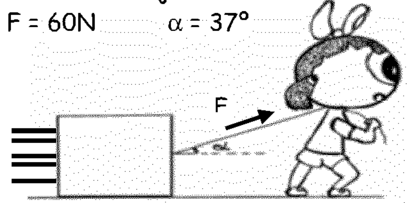
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Hallar el trabajo efectuado por "F"
F = 20N



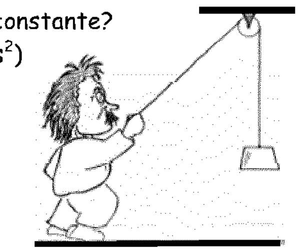
a) 160 J b) 120 c) 80
d) 140 e) 100

2.- Halle el trabajo de la fuerza "F"
F = 60N α = 37°



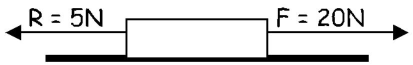
a) 160J b) 120 c) 80
d) 140 e) 100

3.- En la figura mostrada. ¿Qué trabajo realiza Beto para subir el paquete de 8 kg hasta una altura de 5m con velocidad constante?
($g = 10\ m/s^2$)



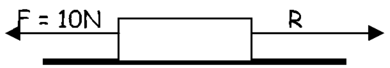
a) 130 J
b) 240
c) 400
d) 280
e) 540

4.- Calcular el trabajo de la fuerza "F" el cuerpo se desplaza 3m en la misma dirección de la fuerza F".



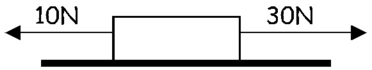
a) 10J b) 120 c) 80
d) 60 e) 70

5.- Calcular el trabajo de la fuerza "F", el cuerpo se desplaza 5m en la dirección de la fuerza "R"



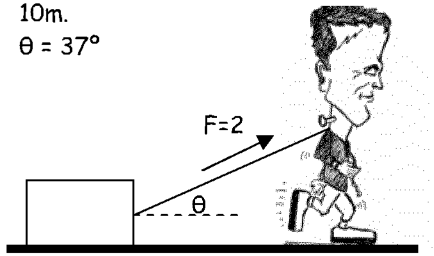
a) 60 J b) -120 c) 50
d) 40 e) -50

6.- Calcular el trabajo total o trabajo neto, el cuerpo se desplaza una distancia de 4m



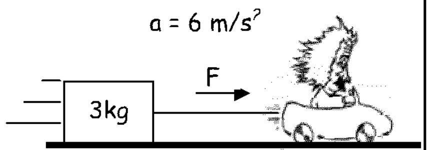
a) 80 J b) 40 c) 60
d) 48 e) 90

7.- Si el bloque es llevado a velocidad constante. Hallar el trabajo que realiza el rozamiento al desplazarlo 10m.
θ = 37°



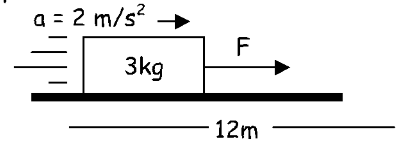
a) 120 J b) -160 c) 150
d) 140 e) -50

8.- Si el bloque es arrastrado con la aceleración que se muestra, una distancia de 5m, hallar el trabajo que realiza "F" sabiendo que el rozamiento vale 2N.



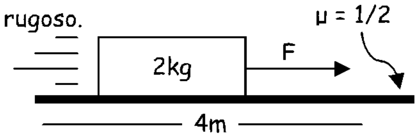
a) 125 J b) -140 c)100
d) 170 e) -150

9.- Si el bloque es arrastrado con la aceleración que se muestra, hallar el trabajo que realiza "F" sabiendo que el rozamiento vale 14N



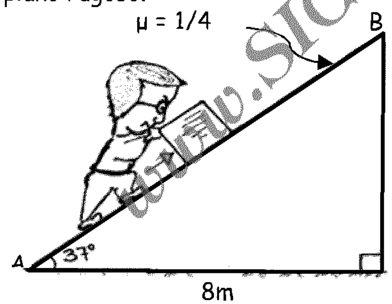
a) -225 J b) -240 c) 190
d) 240 e) -250

10.- Halle el trabajo realizado por "F" si el bloque de 2kg es llevado con aceleración 5 m/s^2, sobre el plano rugoso.



a) -25 J b) -40 c) 90
d) 40 e) 80

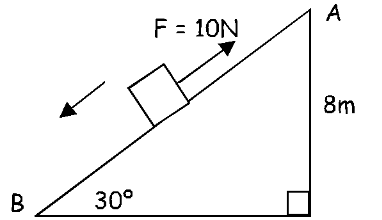
11.- Halle el trabajo realizado por Miguelito si el bloque de 5 kg es llevado del punto "A" al punto "B", con aceleración de 2 m/s^2 sobre el plano rugoso.



a) 100 J b) -140 c) 120
d) 140 e) 90

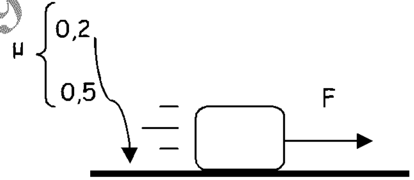
12.- El bloque de 5kg realiza un movimiento acelerado cuyo valor es 2 m/s^2. Calcular el trabajo realizado

por la fuerza de fricción que actúa sobre el bloque, desde "A" hasta "B" (g = 10 m/s^2)



a) 114 J b) -80 c) 150
d) -140 e) -90

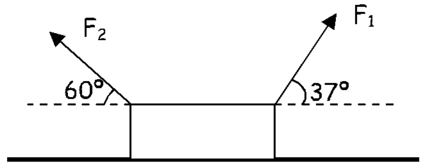
13.- Calcular el trabajo desarrollado por "F" para un recorrido de 4m; el bloque de 5kg se mueve con aceleración constante de 6 m/s^2



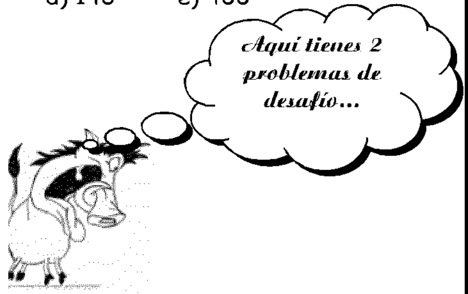
a) 120 J b) 130 c) 160
d) 150 e) 140

14.- Un bloque de 10kg es elevado partiendo del reposo con aceleración de 2 m/s^2 durante 2s. Determine el trabajo del peso para dicho tiempo. (g=10 m/s^2)
a) -250 J b) 300 c) -390
d) -400 e) 380

15.- Un bloque de 18kg es sometido a la acción de dos fuerzas, donde F_1=100N y F_2=80N. Determine el trabajo que desarrolla F_2 para un recorrido "d" sabiendo que F_1 realiza un trabajo de +800J, en tal recorrido.

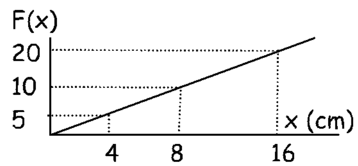


a) 390 J b) -440 c) -401
d) 140 e) 400



UNMSM

1.- El grafico muestra la variación de la fuerza que se debe aplicar para producir un estiramiento en un resorte. El trabajo realizado para estirar el resorte a 16cm, en joules, es:



a) 114 J b) -80 c) 150
d) -140 e) -90

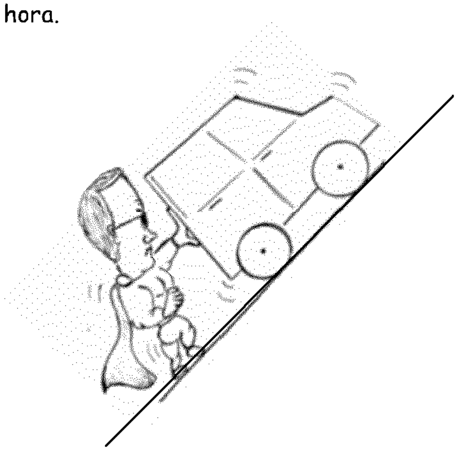
UNI

2.- Un cuerpo con 2kg de masa está inicialmente en reposo en un plano horizontal y sin fricción. Si se aplica una fuerza horizontal de 10N por un tiempo de 10 segundos. ¿Cuál es el trabajo en joules realizado por esta fuerza?
a) 500 b) 2500 c) 500
d) 4500 e) 5000

POTENCIA MECÁNICA

CONCEPTO DE POTENCIA

Cuando se contrata un trabajo, sin importar el tiempo que tarden en hacerlo, se compra sólo trabajo. Por ejemplo, si contratamos a una persona para que pinte nuestra casa sin indicarle el tiempo, ella lo podrá realizar en 1 día, en un mes o en un año, con tal de que lo pinte todo. Pero si se compra el trabajo de un día y se quieren hacer las cosas lo más rápido posible, lo que pretendemos es conseguir una cantidad de trabajo por hora.



Este el lenguaje práctico de la industria. La potencia es justamente eso, **la rapidez de hacer un trabajo.**

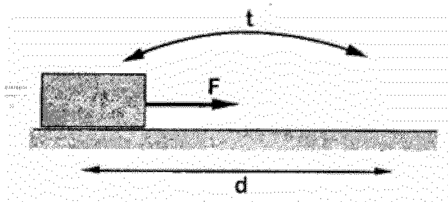
POTENCIA MEDIA

La potencia media es aquella que nos indica la rapidez con que en promedio se efectuó un trabajo determinado.

$$\text{POTENCIA}=\frac{\text{TRABAJO REALIZADO}}{\text{TIEMPO EMPLEADO EN HACERLO}}$$

¡Fórmula de potencia!

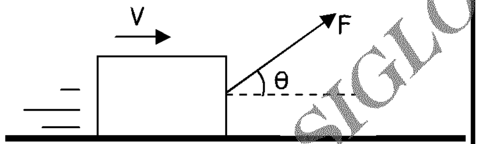
$$Pot=\frac{W}{t}$$



En el sistema internacional (S.I.) la unidad de potencia es el watt (W), que se define como un joule de trabajo en cada segundo: 1W = 1 J/s.

POTENCIA INSTANTÁNEA

Es el tipo de potencia que nos informa de la rapidez con que se realiza un trabajo en un intervalo de tiempo muy corto. Si la potencia es mecánica, su valor instantáneo se determina así:



$$Pot. = F.v.\cos\theta$$

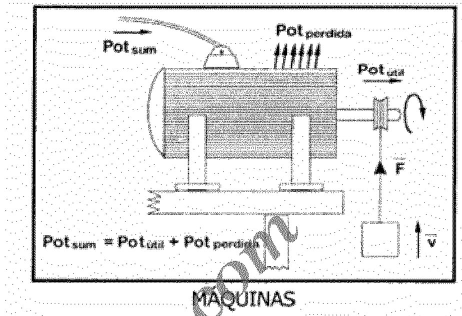
Pero si: θ=cero, entonces..... $P = F.V$

EFICIENCIA (η)

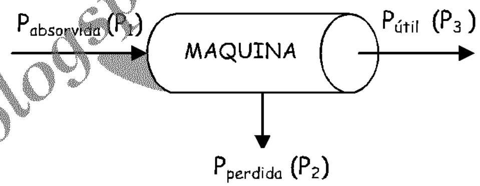
El trabajo útil o salida de potencia de una máquina nunca es igual a la de entrada. Estas diferencias se deben en parte a la fricción, al enfriamiento, al desgaste, contaminación,....etc.

La eficiencia nos expresa la razón entre lo útil y lo suministrado a una máquina:

$$n=\frac{(Pot)\ útil}{(Pot)\ suministrada}$$



ESQUEMA SIMPLIFICADO



$$n=\frac{P_3}{P_1}$$

n=eficiencia

$$P_1 = P_2 + P_3$$

$$P_{UTIL}(P_3) = \frac{\text{TRABAJO REALIZADO}}{\text{TIEMPO}}$$

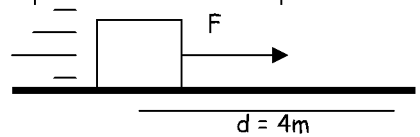
EQUIVALENCIAS ÚTILES

$1KW.h = (1000W)(3600s) = 3{,}6.10^6$ J

1 HP = 746W (HP = 1 horse power)

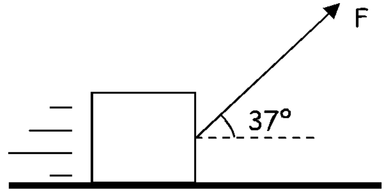
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Si el bloque es llevado gracias a la fuerza F = 50N durante 5s. Hallar la potencia desarrollada por "F".



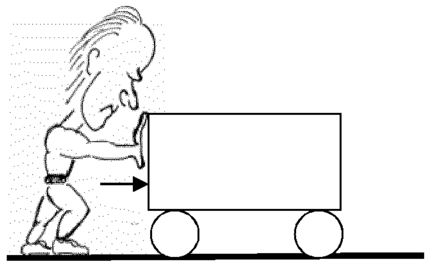
a) 40watts b) 20 c) 30
d) 10 e) 50

2.- Si : F = 50N y lleva al bloque una distancia de 10m, hallar la potencia desarrollada por "F". Considere el tiempo de 2s.



a) 100watts b) 200 c) 300
d) 150 e) 50

3.- Un vendedor ambulante aplica una fuerza de 100N para empujar un carrito, una distancia de 60m. Hallar la potencia desarrollada al cabo de 1minuto que duró el recorrido.



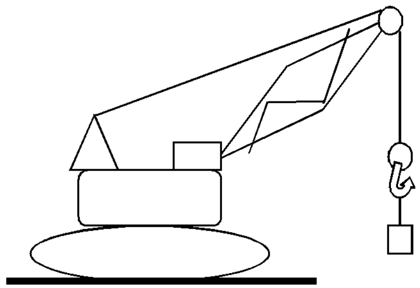
a) 50watts b) 40 c) 100
d) 80 e) 60

4.- ¿Cuál es la potencia de un motor que eleva 100litros de agua por minuto a una altura de 6m?
($g = 9{,}8 m/s^2$)
a) 58watts b) 20 c) 30
d) 98 e) 78

5.- Una grúa es capaz de levantar una masa de 100kg a una altura de 15m en 5s. ¿Qué potencia expresada en watts suministra la màquina?
($g = 9{,}8 m/s^2$) **UNMSM**
a) 5400 b) 2080 c) 3000
d) 1980 e) 2940

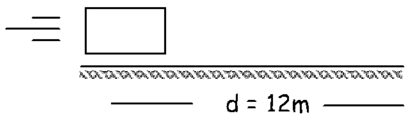
6.- Una persona de 60kg sube 20m por las escaleras de un edificio en 4min. ¿Qué potencia en watts desarrolló?
($g = 10 m/s^2$)
a) 42 b) 150 c) 30
d) 50 e) 180

7.- Encuentra la potencia (en Kw) de una grúa sabiendo que eleva 60 sacos de harina de 100kg cada uno hasta una plataforma ubicada a 3m de altura en 1 minuto ($g = 10m/s^2$)



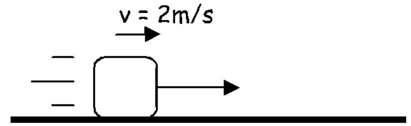
a) 9 b) 3 c) 4
d) 5 e) 7

8.- El bloque es lanzado sobre la superficie rugosa avanzando 12m en 4s. Si el rozamiento que le afecta fue de 20N, hallar la potencia desarrollada por dicho rozamiento.



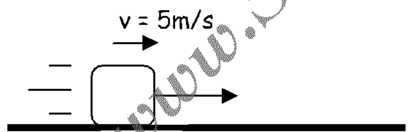
a) 48watts b) -45 c) -60
d) 40 e) 38

9.- El bloque mostrado avanza a la velocidad de 2m/s gracias a la fuerza F = 200N.
Hallar la potencia de F.



a) 390watts b) 450 c) 380
d) 400 e) 360

10.- El bloque mostrado avanza a velocidad constante V = 5m/s, por medio de F = 30N. ¿Cuál es la potencia que desarrolla el rozamiento?



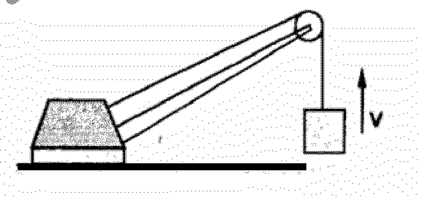
a) 420watts b) 130 c) 300
d) -450 e) -150

11.- Un motor consume una potencia de 1,2kW y es capaz de elevar cargas de 108 N de peso a 10m/s. ¿Cuál es la eficiencia del motor?
a) 90% b) 50 c) 30
d) 50 e) 80

12.- Una máquina absorve 48 watts de potencia y realiza un trabajo de 160J en 5s.
¿Cuál es la eficiencia de esta màquina?
a) 4/5 b)2/3 c)3/4
d) 5/8 e) 8/9

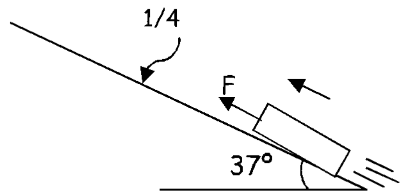
13.- En el problema anterior, ¿Cuál es la potencia que pierde la máquina?
a) 12watts b) 15 c) 16
d) 19 e) 18

14.- La grúa mostrada absorve una potencia de 2000watts, y está levantando el bloque de 100N a la velocidad de 5m/s. Entonces su eficiencia es :



a) 1/7 b) 1/5 c) 1/6
d) 1/4 e) 1/18

15.- Halle la potencia desarrollada por "F" para que el bloque de 10kg suba por por el plano inclinado a velocidad 5 m/s constante. ($g = 10m/s^2$)

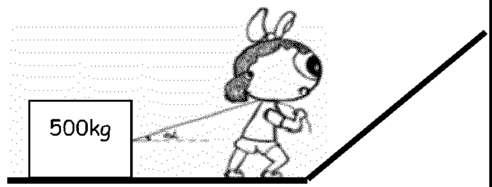


a) 200watts b) 300 c) 400
d) 500 e) 100

ENERGÍA MECÁNICA

ENERGÍA J

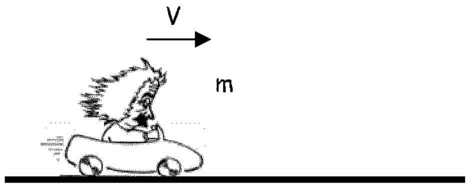
Energía, capacidad de un sistema físico para realizar trabajo. La materia posee energía como resultado de su movimiento o de su posición en relación con las fuerzas que actúan sobre ella. La radiación electromagnética posee energía que depende de su frecuencia y, por tanto, de su longitud de onda. Esta energía se comunica a la materia cuando absorbe radiación y se recibe de la materia cuando emite radiación. La energía asociada al movimiento se conoce como energía cinética, mientras que la relacionada con la posición es la energía potencial. Por ejemplo, un péndulo que oscila tiene una energía potencial máxima en los extremos de su recorrido; en todas las posiciones intermedias tiene energía cinética y potencial en proporciones diversas. La energía se manifiesta en varias formas, entre ellas la energía mecánica. Que es la que estudiaremos a continuación.



*ENERGÍA CINÉTICA (E_K)

Es la capacidad que tiene un cuerpo para efectuar trabajo gracias al movimiento de traslación que experimenta

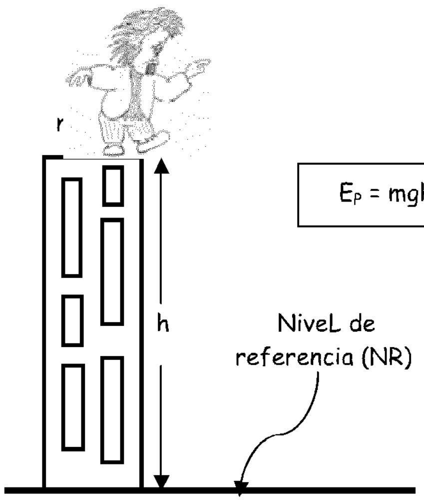
$$E_K = \frac{1}{2}mv^2$$



Donde:
E_K: Energía Cinética (Joules)
m: masa (kilogramos)
V: velocidad (m/s)

*ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA (E_P)

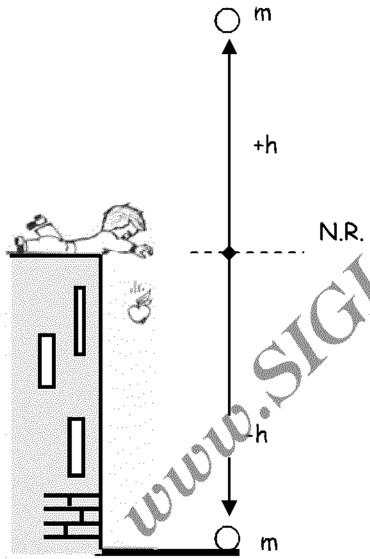
Es la energía almacenada en un cuerpo debido a su ubicación, teniendo el potencial de ser utilizado para realizar un trabajo.
Esta energía está relacionada a la interacción gravitacional entre los cuerpos. La energía potencial depende de la masa del cuerpo, de su altura (posición) respecto de un sistema de referencia.



$$E_P = mgh$$

Donde:
EP: Energía Potencial Gravitatoria (Joule)
m: masa (kilogramos)
V: velocidad (m/s)

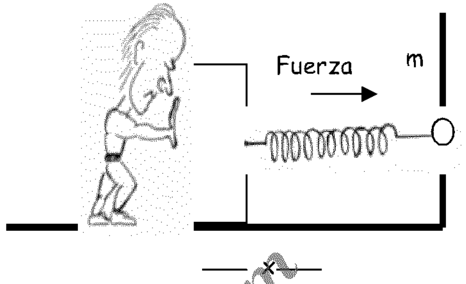
NOTA:
Si "E_P" : es **positivo**, si el cuerpo se ubica encima del nivel de referencia (NR).
Si "EP" : es igual a cero, si el cuerpo se encuentra en la línea de referencia (h=0).
Si "EP" : es negativo si el cuerpo se encuentra por debajo del nivel de referencia (NR)



ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA (E_{PE})

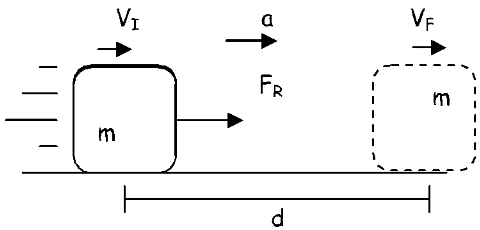
Es la energía almacenada por los cuerpos elásticos al estirarse o comprimirse.
Esta energía está asociada a las interacciones de las partes del cuerpo

elástico, cuando se encuentra deformado.



TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA CINÉTICA

"El trabajo realizado por la resultante de todas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual a la variación de la energía cinética del cuerpo"



$$W_{TOTAL} = E_{Ci} - E_{Cf}$$

El trabajo realizado sobre el cuerpo, sólo depende de su masa "m" y de sus velocidades Vi y Vf
Por lo tanto no importa conocer la fuerza FR ni la trayectoria.
El teorema del trabajo-energía es valido tanto para fuerzas constantes como para fuerzas variables que actúen sobre el cuerpo.

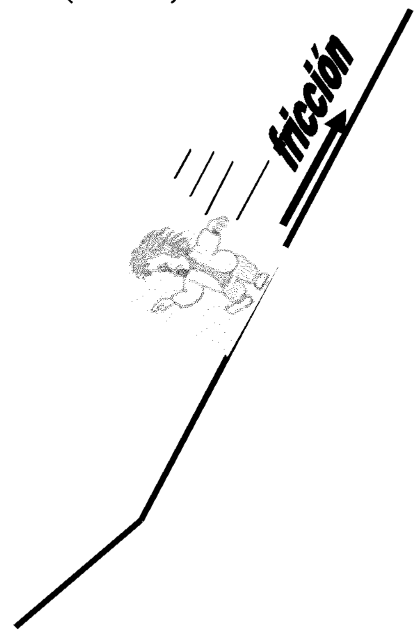
TEOREMA DEL TRABAJO Y LA ENERGÍA MECANICA

En un cuerpo o en un sistema, el trabajo que realiza las fuerzas no conservativas serà igual al cambio o variación de su energía mecánica.

$$W_{TOTAL} = E_{MF} - E_{MI}$$

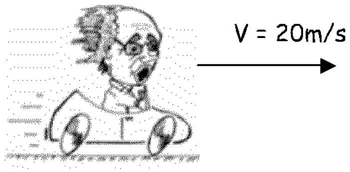
*Una fuerza no conservativa es aquella fuerza que al ser aplicada a un cuerpo realiza trabajo que depende de la trayectoria que describe. (La fricción)

*Una fuerza es conservativa, si el trabajo que realiza al actuar sobre un cuerpo no depende de la trayectoria, sólo depende de la posición inicial y la posición final. Por ejemplo, el peso, fuerzas elásticas (resortes)



PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Calcule la energía cinética del automóvil de masa 600kg.

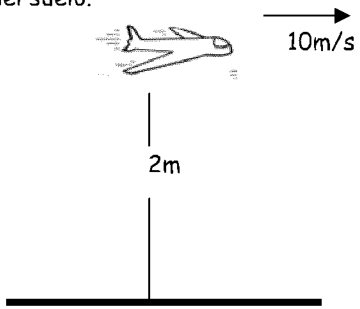


a) 120KJ b) 140 c) 120
d) 155 e) 118

2.- Encontrar la energía cinética de un vehículo de 20kg cuando alcance una velocidad de 72km/h.
a) 7KJ b) 4 c) 9
d) 5 e) 18

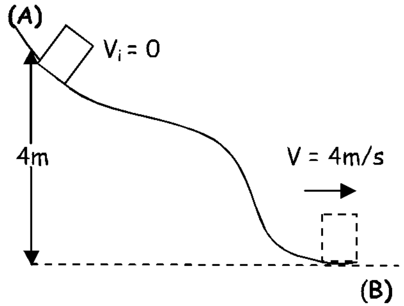
3.- Calcular la energía potencial gravitatoria con respecto al piso de una piedra de 4kg ubicada a una altura de 3m.($g = 10m/s^2$)
a) 79J b) 140 c) 120
d) 155 e) 118

4.- Calcule la energía mecánica del avión de juguete de 4kg respecto del suelo.



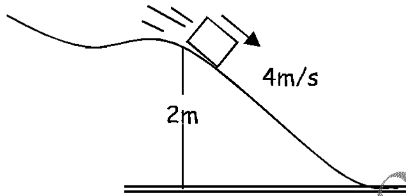
a) 179J b) 240 c) 320
d) 280 e) 218

5.- Calcule la E_M en (A) y (B) para el bloque de 2kg.



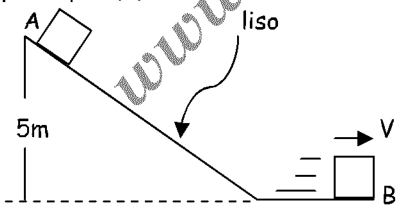
a) 50 y 30J b) 40;20 c) 60;60
d) 16;16 e) 80,16

6.- Evalúe la energía mecánica del bloque de 4kg cuando pasa por la posición mostrada.



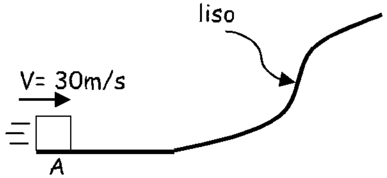
a) 112J b) 120 c) 122
d) 115 e) 108

7.- El bloque de masa 4kg se suelta en (A). ¿Con qué velocidad llega al pasar por (B)?



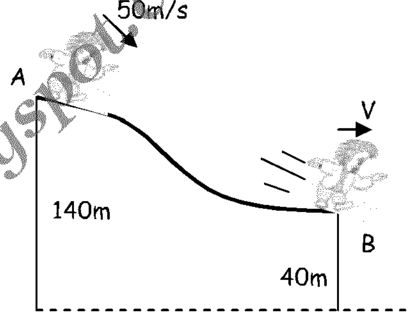
a) 12m/s b) 10 c) 22
d) 15 e) 8

8.- El bloque mostrado se lanza desde (A) con velocidad de 30m/s. ¿Hasta que altura màxima logrará subir?



a) 32m b) 50 c) 45
d) 35 e) 48

9.- Si Betito de 20kg es impulsado en "A" con velocidad inicial de 50m/s, hallar la velocidad final con la que pasará por "B"

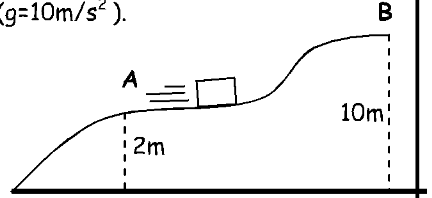


a) $3\sqrt{10}$ m/s b) $5\sqrt{10}$ c) 45
d) $30\sqrt{5}$ e) $50\sqrt{3}$

10.- Un móvil de 3kg parte con una velocidad de 2m/s y acelera a razón de $2m/s^2$. Calcular la variación de su energía cinética al cabo de 5 s.
a) 420J b) 240 c) 220
d) 270 e) 210

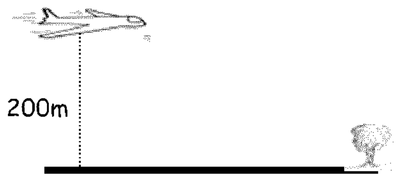
11.- Se lanza una pelota de 0,5kg verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 20m/s. Calcular su energía potencial gravitatoria cuando alcance su máxima altura ($g = 10m/s^2$)
a) 100J b) 140 c) 120
d) 170 e) 110

12.- Encontrar la variación de energía potencial gravitatoria que experimenta el cuerpo de 0,5kg al ir de la posición "A" hasta "B" ($g=10m/s^2$).

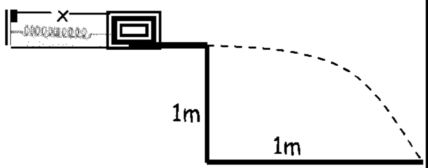


a) 100J b) 40 c) 20
d) 70 e) 80

13.- Determinar la energía mecánica de un avión de 2.10^3 kg que vuela a razón de 40m/s a una altura de 200m. ($g = 10m/s^2$).
a) 1600KJ b) 4000 c) 5600
d) 7020 e) 1800



14.- Con un bloque de 0,5kg de masa se comprime un resorte de constante elástica "K", en 0,10m al soltar el bloque se mueve sobre la superficie horizontal sin rozamientos, según el gráfico, colisionando finalmente en el punto "P", si se considera que $g= 10m/s^2$, el valor de "K" en N/m es :



a) 250 b) 100 c) 240
d) 300 e) 180

HIDROSTATICA
Conceptos y Aplicaciones

HIDROSTÁTICA

En alguna ocasión, habrá la oportunidad de ver a enormes barcos, transportando una gran carga, o deslizar a veloces lanchas sobre la superficie del agua. Alguna vez se pregunto:
¿Cómo es posible que ocurra ello, si los barcos están fabricados de acero y otros materiales de mayor densidad que el agua?, ¿por qué no se hunden dichos cuerpos?
Estos y otros fenómenos pueden ser explicados si tenemos conocimientos sobre hidrostática.

¿Qué estudia la hidrostática?

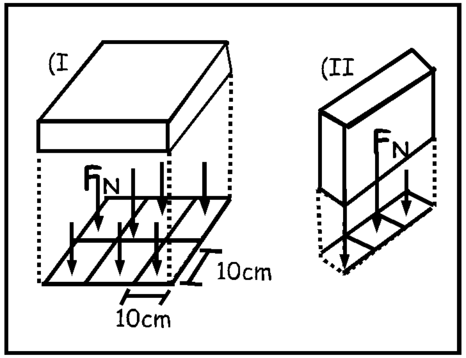
Estudia a los fluidos en reposo.

¿Qué es un fluido?

Es una sustancia que puede escurrir fácilmente y que puede cambiar de forma debido a la acción de pequeñas fuerzas. Por lo tanto llamamos fluido a los líquidos y los gases.
Analicemos, la interacción entre el ladrillo de 24N y la base que lo sostiene.

Se observa:

En el caso I la fuerza normal se divide entre 6 unidades de área, por lo tanto la fuerza sobre cada uno de ellos es 4N.En el caso II la fuerza por cada unidad de área es 8N. Por lo tanto, podemos afirmar que: cuando mayor es la superficie de contacto, la fuerza normal por cada unidad de área es menor.
A la distribución uniforme de la fuerza normal por cada unidad de área en una determinada superficie se denomina PRESIÓN.

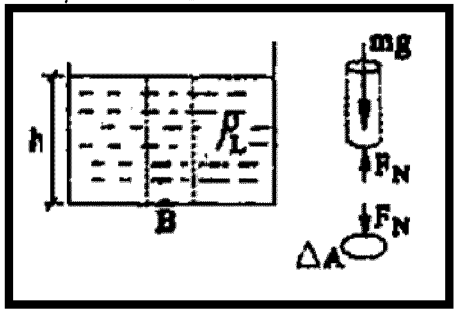


$$\boxed{P = \frac{F_N}{A}} \qquad \frac{N}{m^2}: \text{ Pascal (Pa)}$$

F_N: Fuerza Normal (N)
A: Area (m^2)

¿Los Líquidos ejercen presión?

¡Si!. Analicemos la interacción entre el líquido contenido en un tubito ideal y la base que lo sostiene.



La fuerza de gravedad que actúa sobre el líquido en reposo se compensa con la fuerza normal, luego dicha fuerza en la pequeña área (ΔA) origina una presión denominada. **Presión Hidrostática** (P_H):

$$\boxed{P_{H_B} = \frac{F_N}{DA} \text{..............(a)}}$$

Pero en el tubito en equilibrio.

En (α): $\boxed{P_{H_B} = \frac{mg}{DA} \text{..........(b)}}$

De la densidad del líquido

$$\boxed{\rho_L = \frac{m}{v} \quad P \quad m = \rho_L V}$$

En volumen: $V = \Delta A \times h$

En (β): $\boxed{P_{H_B} = \frac{\rho_L \times \Delta A h g}{\Delta A}}$

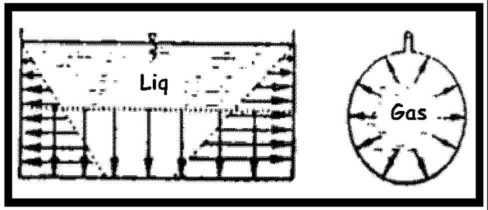
$$\Rightarrow \boxed{P_{Hidrostática} = \rho_L g h}$$

ρL: densidad del líquido

h: profundidad

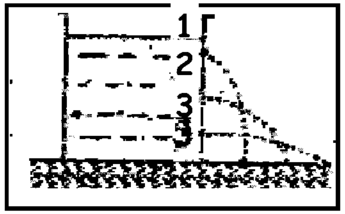
¿Los lìquidos ejercen presión sólo en el fondo?

¡No! Los fluidos ejercen presión sobre todas las paredes en contacto con dicho fluido y su valor, en el caso de los líquidos depende de la profundidad, pero en los gases es el mismo en todos los puntos.



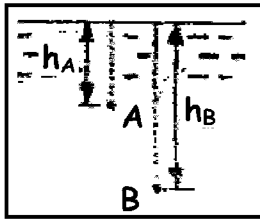
✪ Observación:

1. Si hacemos tres agujeros a diferente nivel de la parte lateral de un recipiente, comprobamos que la presión hidrostática depende de la naturaleza del líquido y de la profundidad como se observa en la figura anterior.



La presión hidrostática se incrementa con la profundidad
$P_3 > P_2 > P_1$

2. Consideramos a dos puntos dentro de un líquido de densidad ρL.



$P_B = \rho_L\, gh$

$P_A = \rho_L\, gh$

La diferencia de presiones:

$$\boxed{P_B - P_A = \rho_L g (h_B - h_A)}$$

$$\boxed{\Delta P = \rho_L g \Delta h}$$

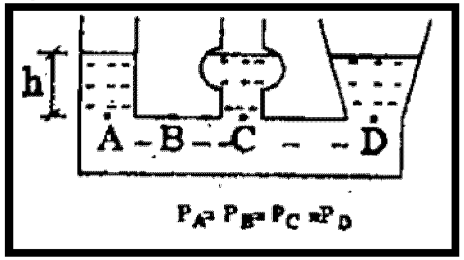
Ley fundamental de la Hidrostática

Todos los puntos pertenecientes a un mismo líquido en reposo, que se encuentren al mismo nivel soportan igual presión hidrostática.

Aplicación: VASOS COMUNIANTES:

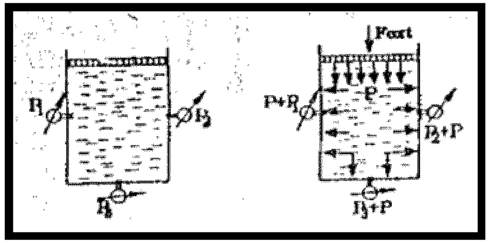
La presión hidrostática no depende de la forma del recipiente.

Debido al hecho de que la presión en un fluido solo depende de la profundidad, cualquier aumento de la presión en la superficie se debe transmitir a cualquier punto en el fluido. Esto lo observo por primera vez el científico francés Blaise Pascal (1623-1662) y se conoce como la **Ley de Pascal**.



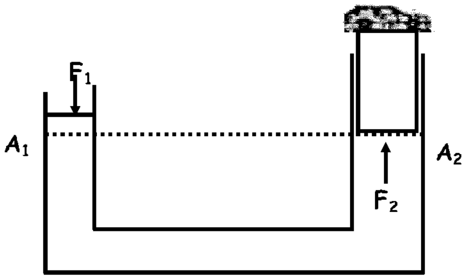
TRANSMISIÓN DE LA PRESIÓN POR LOS LÍQUIDOS Y GASES (LEY DE PASCAL)

A diferencia de los sólidos, capas aisladas y pequeñas partículas de los líquidos y gases pueden desplazarse libremente una respecto de las otras por todas las direcciones. La movilidad libre de las partículas de gas y de líquido es la causa de que la presión, que sobre ellos ejerce, sea transmitida no solo en el sentido en que actúa la fuerza, como sucede en los sólidos, sino que en todas las direcciones.



"Un gas o líquido transmite sin alteración y en todas las direcciones la presión ejercida sobre el".

Aplicación: PRENSA HIDRÁULICA



Una fuerza F_1 al actuar sobre el pistón de área A_1 comunica al líquido una presión; esta presión se transmite a través del líquido hasta un pistón de área A_2 ($A_2 > A_1$). Como la presión comunicada es la misma.

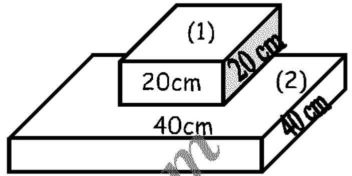
$$P_1 = P_2$$

$$\boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow} \quad \boxed{F_2 = \frac{F_2}{A_2} \quad F_1}$$

Los frenos hidráulicos en los automóviles, rampas, gatos hidráulicos, entre otros utilizan este principio.

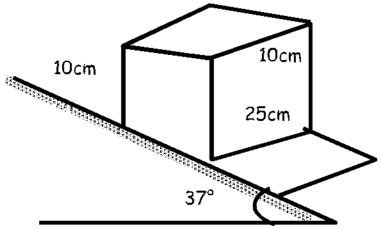
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- Determine la presión que ejerce el sólido al apoyarlo sobre la cara (1) y la cara (2) (m=20kg; g=10m/s²).



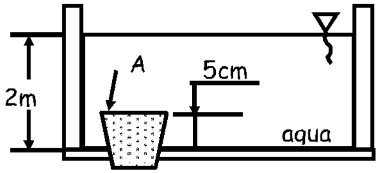
a) 1200Pa 4800Pa
b) 1250 4000
c) 1250 4500
d) 1250 5000
e) 1300 5200

2.- Determine la presión que ejerce el bloque de 100N que se muestra, apoyado en el plano inclinado.



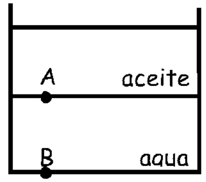
a) 4KPa
b) 5
c) 6
d) 7
e) 8

3.- Determine la presión en el fondo del recipiente y la fuerza que ejerce el fluido a la parte superior del corcho. (A_{corcho}=10cm²).



a) 20KPa; 19,5N
b) 20KPa; 19,95N
c) 25KPa; 19,80N
d) 35KPa; 19,75N
e) 45KPa; 21,35N

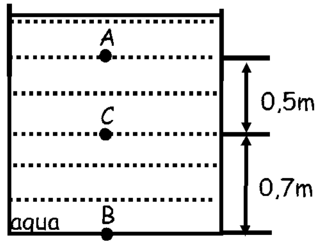
4.- Determine las presiones en el punto "A" y "B", para el tanque que se muestra.



ρ_{aceite} = 0,8 g/cm³

a) 12KPa 2KPa
b) 12 20
c) 20 12
d) 32 12
e) 8 35

5.- Determine la presión en los puntos "A" y "B" si Pc = 25kPa (g=10m/s²).

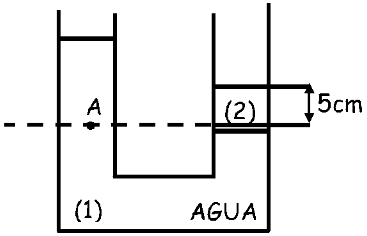


a) 25KPa; 35KPa
b) 20KPa; 30KPa
c) 20KPa; 32KPa
d) 15KPa; 27KPa
e) 10KPa; 25KPa

6.- El barómetro de un avión indica una presión atmosférica de 75KPa. Determine a que altura se encuentra el avión si al nivel del mar P_{ATM}=100KPa. (ρ_{aire} = 1,25Kg/m³).

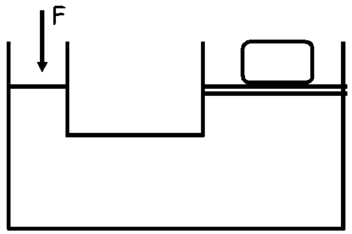
a) 200m
b) 2000
c) 20000
d) 4000
e) 8000

7.- Determine la columna de agua por encima del punto "A", si el fluido (2) es mercurio. (ρ_{Hg}=13,6g/cm³)



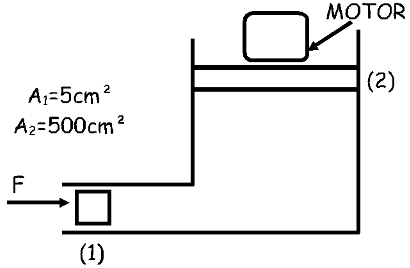
a) 68cm
b) 680
c) 13,6
d) 136
e) 50

8.- En la prensa hidráulica, los pistones son de masa despreciable y sus áreas están en relación de 1 a 10. Calcular la masa del bloque que puede sostener la fuerza F=10N aplicada en el pistón pequeño.



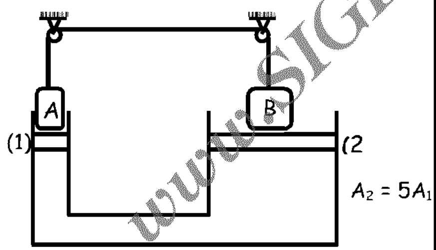
a) 1kg
b) 4
c) 6
d) 8
e) 10

9.- Para el sistema mostrado, determine la fuerza adicional que se debe aplicar en (1) para mantener al bloque de 200kg, estático. (g=10m/s²)



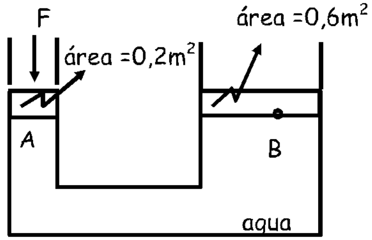
a) 2N
b) 5
c) 10
d) 20
e) 50

10.- Los bloques "A" y "B" que se muestran son de 20kg y 80kg respectivamente y además $A_2=5A_1$. Determine la tensión en la cuerda. (g=10m/s²).



a) 25N
b) 30
c) 35
d) 45
e) N.A.

11.- Calcular en cuanto se incrementas la presión en el punto "B". (F = 100 N)

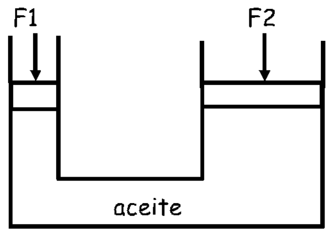


a) 100 Pa
b) 200
c) 300
d) 400
e) 500

12.- Calcular la fuerza que debe aplicarse en el embolo "B" para que el sistema se encuentre en equilibrio (del problema anterior).

a) 100 N
b) 200
c) 300
d) 400
e) 500

13.- En la figura se muestra una prensa hidráulica en equilibrio. Se sabe que A_1=30cm²; A_2=120 cm². ¿En qué relación debe encontrarse las fuerzas $F_1 \wedge F_2$ para mantener el equilibrio?.

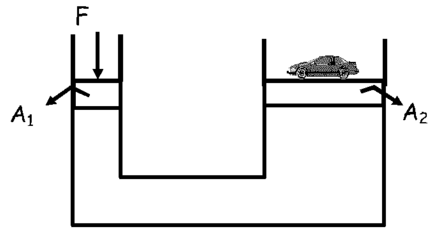


a) 1/4
b) 1/3
c) 1/2
d) 1/5
e) 1/6

14.- Del problema anterior calcular la fuerza necesaria aplicar al embolo "A" para mantener el equilibrio.

a) 100 N
b) 200
c) 250
d) 300
e) 350

15.- Del gráfico calcular el peso del auto F = 600N si A_1=20cm², A_2=300cm² el sistema está en equilibrio



a) 10 KN
b) 20
c) 30
d) 40
e) 50

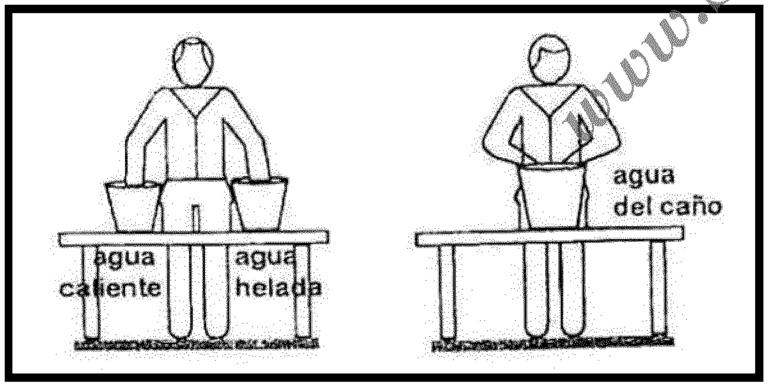
DILATACION
Conceptos y Aplicaciones

DILATACIÓN

Cuando nos hablan de verano o invierno, inmediatamente lo asociamos a nuestro conocimiento de lo caliente y de los frío. Estas palabras se ven muchas veces acompañadas de calor y temperatura, dos cosas distintas, pero que se encuentran muy vinculadas entre sí. Muchos fenómenos térmicos se deben al calor, y todos ellos serán explicados a partir de este capítulo. Sin embargo iniciaremos nuestro estudio con el análisis de la temperatura,

SENSACIONES TÉRMICAS

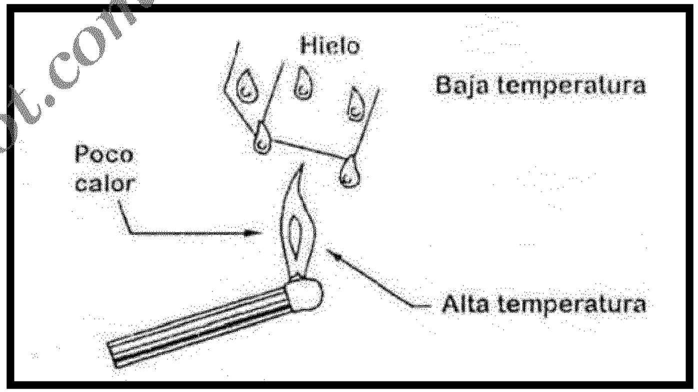
Mediante nuestro sentido del tacto y otras circunstancias fisiológicas experimentamos ciertas sensaciones por las que afirmamos que un cuerpo está frío o caliente. Lamentablemente, por su carácter cualitativo y subjetivo, no podemos distinguir si una sensación es doble o triple de otra sensación similar que hayamos experimentando antes. La experiencia del filósofo inglés John Locke (1632 – 1704), que se muestra la figura, plantea la pregunta: ¿El agua que sale del caño está fría o caliente?. Esto nos demuestra que nuestras experiencias sensoriales no son buena base para la física; sin embargo, debemos reconocer que el mismo estímulo térmico que produce en nosotros las sensaciones de frío o caliente produce en otros cuerpos modificaciones observables, como por ejemplo la dilatación.



DILATACIÓN SUPERFICIAL

Cuando las moléculas de un cuerpo se agitan en promedio con gran rapidez, decimos que su temperatura es alta, y si la agitación es lenta diremos que su temperatura es baja. Así pues **la temperatura es una magnitud tensorial que nos india el grado de agitación molecular que en promedio tiene un cuerpo.** Obviamente no tiene sentido hablar de la temperatura del vacío.

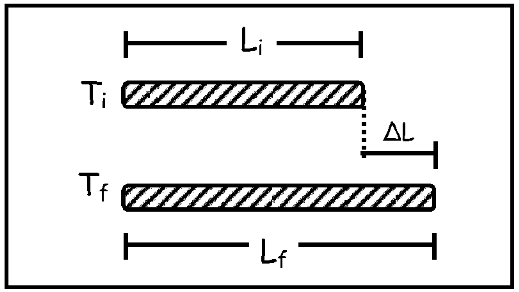
- **Calor:** En la figura, el calor es la energía que se transmite del fósforo hacia el hielo.



DILATACIÓN LÍNEAL

Si calentamos una varilla o alambre como el de la figura, comprobaremos que sufre una dilatación (ΔL), cuyo valor dependerá de la longitud inicial (L_i) y del cambio de temperatura (ΔT) por el coeficiente de dilatación lineal (α).

$$\boxed{\Delta L = L_i \,.\, \alpha \,.\, \Delta L} \Rightarrow \boxed{L_f = L_i\,(1 + \alpha\Delta T)}$$

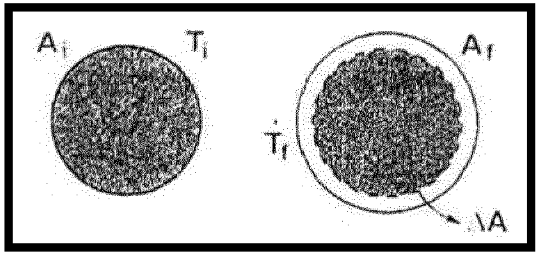


$\Delta L = Lf - Li$
$\Delta T = Tf - Ti$
Unidad (α) = °C-1 , °F-1 , K-1
α = coeficiente de dilatación lineal

DILATACIÓN SUPERFICIAL

Cuando calentamos una lámina o placa como la mostrada en la figura, comprobamos que su superficie experimenta una dilatación (ΔA), cuyo valor viene dado por:

$$\Delta A = A_i \cdot \beta \cdot \Delta T \rightarrow A_f = A_i(1 + \beta \Delta T)$$



$\Delta A = A_f - A_i$

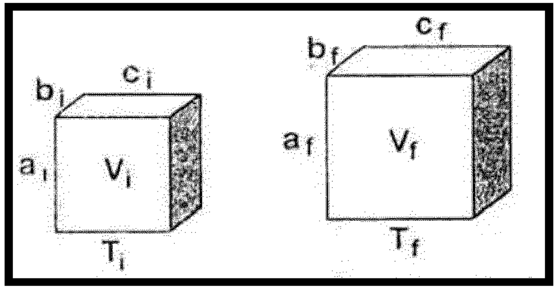
$\beta \approx 2\alpha$

β = Coeficiente de dilatación superficial

DILATACIÓN **VOLUMÉTRICA**

Es indudable que al calentar o enfriar un cuerpo, todas sus dimensiones: largo, ancho y altura, experimentan cambios. Por ello se afirma que en todo fenómeno de dilatación realmente se produce una variación en el volumen. (ΔV), cuyo valor estará dado por.

$$\Delta V = V_i \cdot \gamma \cdot \Delta T \rightarrow V_f = V_i(1 + \gamma\ \Delta T)$$



$\Delta V = V_f - V_i$

$\gamma \approx 3\alpha$

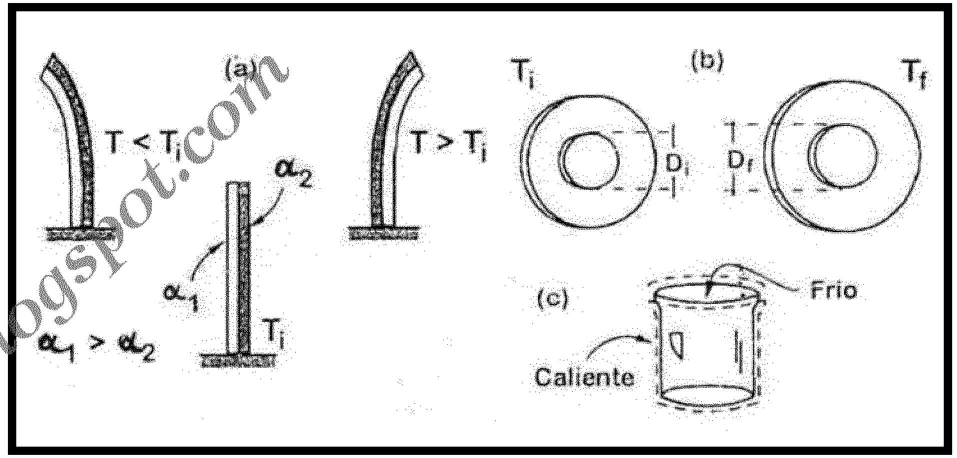
γ = Coeficiente de dilatación volumétrica

APLICACIONES DE LA DILATACIÓN

a) **Listones bimetálicos** .- Una buena cantidad de dispositivos que funcionan automáticamente lo hacen utilizando un listón extendido o enrollado, compuesto por dos metales de diferente coeficiente "α", de manera que al sufrir un cambio en su temperatura se doble, se enrolla más o se desenrolla. Esto se explica por la diferente dilatación que cada componente experimenta. En la figura (a) el listón a la temperatura "T_1" presenta una orientación vertical, dado que cada componente del listón posee la misma longitud.

b) **Dilatación de Agujeros** .- En el experimento de Gravesande la esfera podrá pasar por el aro si ésta también se ha calentado. Esto significa que los agujeros en los sólidos se dilatan como si estuvieran llenos del material que los rodea (b). Lo mismo le sucede al interior de las vasijas cuando las calentamos (c).

c) **En las construcciones** .- Cuando se construye una vía de ferrocarril, se deja un espacio entre riel y riel por los cambios de temperatura ambiental. Por esta misma razón se adicionan rodillos en los extremos de los puentes.



LA DENSIDAD DEPENDE DE LA TEMPERATURA

Es evidente que si calentamos un cuerpo su volumen aumenta, pero como su masa es prácticamente la misma, concluimos que su densidad disminuye, dado que ésta es inversamente proporcional con el volumen. Esto explicaría que los vientos se producen por causa de que el aire frío que es de mayor densidad, baja a ocupar su lugar. En general, la densidad "D_f" de un cuerpo a la temperatura "T_f" viene dada por:

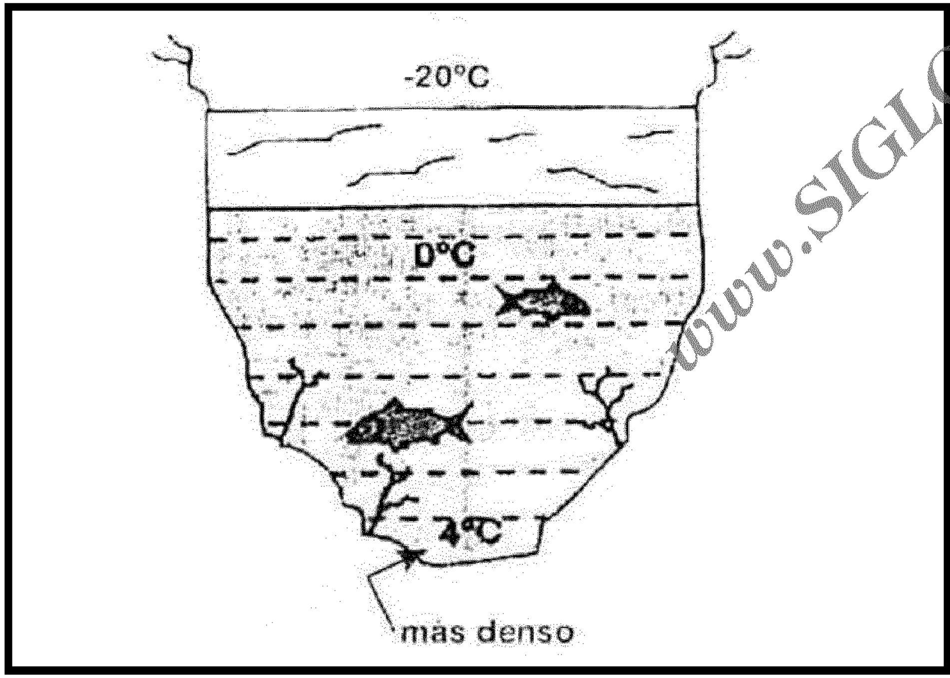
$$\boxed{D_f = \frac{D_i}{1 + \gamma(T_f - T_0)}}$$

COEFICIENTES α DE SÓLIDOS **COEFICIENTES γ DE LÍQUIDOS**

SUSTANCIA	$10^{-5}(°C^{-1})$	SUSTANCIA	$10^{-4}(°C^{-1})$
Aluminio	2,3	Aceite	6
Bronce	1,8	Alcohol	7,5
Zinc	2,9	Agua (10-	1,5
Cobre	1,7	20°C)	10
Acero	1,2	Gasolina	5
Latón	1,9	Glicerina	10
Oro	1,4	Kerosene	1,8
Plata	0,9	Mercurio	10
Plomo	2,9	Petróleo	
Vidrio	0,9		
Pyrex	0,3		

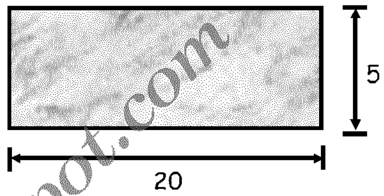
INTERESANTE

Cuando un lago se congela, baja la capa de hielo se encuentra el agua líquida a 0°C, y más abajo el agua está más caliente (4°C). Esto se explica por el comportamiento anómalo del agua.



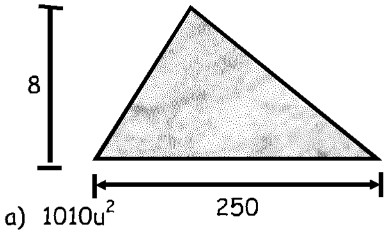
PROBLEMAS PROPUESTOS

1.- La figura muestra una placa que se encuentra a 5°C. Si esta placa es calentada hasta la temperatura final de 105°C. Hallar el área final respectiva que tendrá. Consideren: $\beta = 16 \cdot 10^{-4}$.



a) $101u^2$
b) 108
c) 116
d) 120
e) N.A.

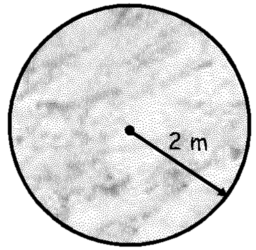
2.- La figura muestra una placa que se encuentra a 10°C. Si esta placa es calentada hasta la temperatura final de 80°C, hallar el área final respectiva que tendrá. Considere : $\beta = 3.10^{-4}$.



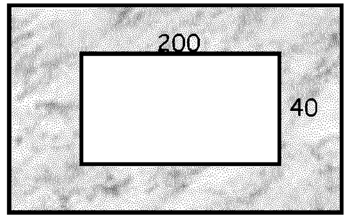
a) $1010u^2$
b) 1020
c) 1021
d) 1024
e) 1031

3.- La figura muestra una placa que se encuentra a 6°C. Si esta placa es calentada hasta la temperatura final de 206°C. Hallar el área final respectiva que tendrá.
Considere: $\beta = 5.10^{-4}$.

a) $2\pi m^2$
b) 4,5
c) 4,8
d) $4,4\pi$
e) N.A.

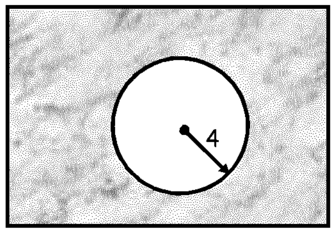


4.- A la placa de metal se le ha aplicado un orificio como muestra la figura. Hallar cuál será el área final de dicho orificio si calentamos a la placa en 10°C. Considere: $\beta = 2.10^{-4}$.



a) $8016u^2$
b) 8000
c) 8010
d) 8008
e) N.A.

5.- A la placa de metal mostrada se le ha aplicado un orificio como muestra la figura. Hallar cuál será el área final de dicho orificio si calentamos a la placa en 100°C. Considere: $\beta = 10^{-3}$.



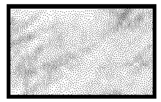
a) $18\pi u^2$
b) $17,1\pi$
c) $17,6\pi$
d) $17,8\pi$
e) $17,9\pi$

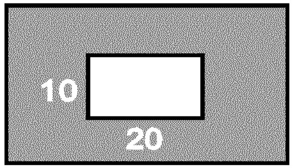
6.- Una barra que mide 100m y esta a 4°C. ¿Cuánto medirá si la calentamos hasta la temperatura de 140°C? Considere : $\alpha = 8.10^{-5}$
a) 107,2m
b) 100,8
c) 100,2
d) 161,2
e) N.A.

7.- Una barra que mide 50m a la temperatura de 2°C. ¿A qué temperatura final habrá de ser calentada para que se dilate 5m?.
a) 15°C
b) 52
c) 60
d) 100
e) N.A.

8.- Una barra que mide 10m a la temperatura de 4°C, ¿a qué temperatura final habrá de ser calentada para que se dilate 12m?.
Considere: $\alpha = 5.10^{-4}$
a) 240°C
b) 304
c) 404
d) 200
e) N.A.

9.- En cuántos grados Celsius (°C) se tendría que calentar a la placa mostrada para que en el orificio que se le ha practicado como muestra la figura encaje perfectamente el rectángulo de la derecha. Considere que para la placa el $\beta = 4,2 \,.\, 10^{-2}$.





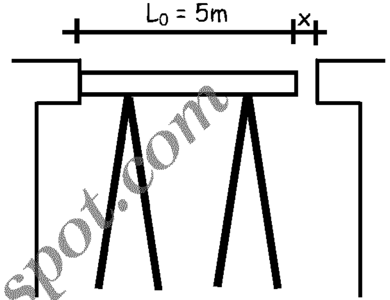
a) 10°C
b) 5
c) 15
d) 20
e) N.A.

10.- Una barra de 400m y $\alpha_L = 10^{-3}$ es calentada y elevada su temperatura en 20°C. ¿En cuánto aumenta su longitud?.
a) 4m
b) 6
c) 8
d) 10
e) N.A.

11.- Un regla metálica de 100m. de longitud y hecha de aluminio, es calentada y eleva su temperatura en 50°C. Hallar la variación en su longitud. ($\alpha_{AL} = 2.10^{-3}$).

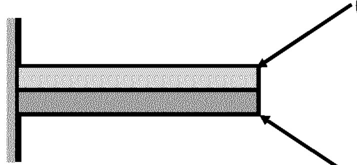
a) 5m
b) 10
c) 15
d) 20
e) N.A.

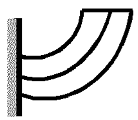
12.- Se construye un puente como muestra la figura, si : $\alpha = 2.10^{-4}$. ¿Qué espacio "x" hay que dejar en el extremo derecho para que no haya problemas con la dilatación?. Se sabe que entre verano e invierno la temperatura varía en 50°C?.

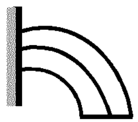


a) 4cm
b) 5
c) 10
d) 15
e) N.A.

13.- Si : $\alpha_{(A)} > \alpha_{(B)}$. ¿Qué sucede si calentamos la termocupla mostrada?. (las dos barras están soldadas?

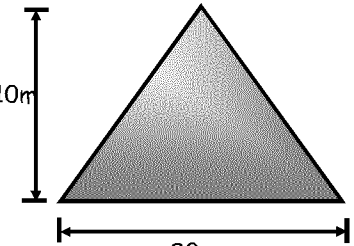


a) 

b) 

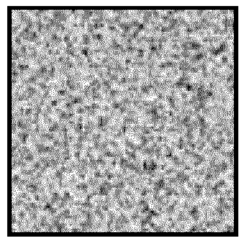
c) sigue igual
d) F.D.
e) N.A.

14.- La placa triangular mostrada se encuentra a 5°C. ¿Hasta qué temperatura habría que calentarla para hacer que su área final sea $105m^2$. Considere $\beta = 5.10^{-3}$?



a) 20°C
b) 25
c) 30
d) 35
e) N.A.

15.- La placa mostrada es cuadrada y su diagonal mide $4\sqrt{2}$ cm, si elevamos su temperatura en 40°C. ¿En cuánto aumenta su área si $\alpha = 5.10^{-3}$?.



a) $2\ cm^2$
b) 5
c) 7,04
d) 9,6
e) N.A.

PROYECTOS DE INVESTIGACIÓN

Con las siguientes pautas no pretendo crear modelos que se adapten al trabajo de elaboración de los proyectos de investigación que van a ser en un futuro las monografías de grado. Es nuestro objetivo ilustrar y dar paso a paso el proceso de elaboración de un proyecto, que se elabore teniendo en cuenta que él todo es la esencia del proceso de investigación y no aislar conceptos ni partes del mismo a elaboraciones secundarias dando prioridad a otros. El cuerpo del proyecto debe ser secuencial y gozar del proceso de los vasos comunicantes que determinara el éxito del proyecto.

Es una pauta de seguimiento y de construcción que se debe tener en cuenta para que el proyecto goce de un éxito y de una realización a ciencia cierta. Que todo lo expuesto en estas líneas sea el verdadero reflejo de un trabajo de investigación y no la simple transcripción de información de un texto a estas páginas.

Espero aportar aunque sea una mínima parte a la realización de sus proyectos de investigación.

ESQUEMA PARA LA ELABORACIÓN DE UN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

I.- EL PROBLEMA.

A. Título descriptivo del proyecto.
B. Formulación del problema.
C. Objetivos de la investigación.
D. Justificación.
E. Limitaciones

II.-MARCO DE REFERENCIA.

A. Fundamentos teóricos.
B. Antecedentes del problema.
C. Elaboración de Hipótesis.
D. Identificación de las variables.

III.-METODOLOGÍA.

A. Diseño de técnicas de recolección de información.
B. Población y muestra.
C. Técnicas de análisis.
D. Indice analítico tentativo del proyecto.
E. Guía de trabajo de campo.

IV.-ASPECTOS ADMINISTRATIVOS.

A. Recursos humanos.
B. Presupuesto.
C. Cronograma.

V.- BIBLIOGRAFÍA.

I.- EL PROBLEMA.

Lo primero que nos interesa es conocer, saber, lo que será investigado: Por qué, para qué, cual es el valor o la importancia del hecho o fenómeno a investigar. Si la investigación a realizar tiene criterios de prioridad, novedad, oportunidad, conformismo o comportamiento.

A. Título descriptivo del proyecto.

El título de la investigación a realizar, debe ser claro, preciso y completo. Está destinado a indicar dónde, qué, cómo y cuándo, en forma clara y sucinta indica el lugar a que se refieren los datos, el fenómeno que se presenta, las variables que sé interrelacionan, y la fecha a que se refiere la información.

B. Formulación del problema.

¿Qué entendemos por formular un problema? Partamos del siguiente criterio: formular un problema es caracterizarlo, definirlo, enmarcarlo teóricamente, sugerir propuestas de solución para ser demostradas, establecer unas fuentes de información y unos métodos para recoger y procesar dicha información. La caracterización o definición del problema nos conduce otorgarle un título, en el cual de la manera más clara y denotativa indiquemos los elementos que le son esenciales.

La formulación del problema, es la estructuración de toda la investigación, de tal forma que uno de sus componentes resulte parte de un todo y que ese todo forme un cuerpo que tenga lógica de investigación. Se debe por lo tanto, sintetizar la cuestión proyectada para investigar, generalmente a través de un interrogante.

En primer lugar, deberá revisarse si el problema es susceptible de resolverse mediante una investigación. Puede inquirirse sobre la significación del problema, es decir, si su solución representa una aportación importante al campo de estudios y si puede abrir nuevos caminos. Se aconseja además preguntarse: ¿Es un problema nuevo o ya existen trabajos sobre él? En este caso, ¿las soluciones son pertinentes? ¿ Esta adecuadamente planteado el problema? ¿Cuáles hipótesis se pretenden confirmar? ¿Los términos están suficientemente definidos? ¿ Vale la pena emplear tiempo y esfuerzo en su solución, aunque esta sea provisional?

C. Objetivos de la investigación.

Presupone el logro esperado para las respuestas expresadas en la hipótesis. Es el propósito de la investigación. Responde a la pregunta: ¿PARA QUÉ?, ¿QUÉ SE BUSCA CON LA INVESTIGACIÓN?. Un objetivo debe redactarse con verbos en infinitivo que se puedan evaluar, verificar, refutar en un momento dado. Existen seis categorías: Memoria, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. Es pertinente redactar uno de cada categoría pero siempre relacionado con lo que se busca demostrar en la investigación.

A..- Justificación-

Una vez que se ha seleccionado el tema de investigación, definido por el planteamiento del problema y establecidos los objetivos, se debe indicar las motivaciones que llevan al investigador a desarrollar el proyecto. Para ello se debe responder a la pregunta de: ¿POR QUÉ SE INVESTIGA?

B..- Limitaciones-

Es pertinente dar al problema una formulación lógica, adecuada, precisar sus límites, su alcance, para ello es necesario tener en cuenta los siguientes factores:

- Viabilidad: lo importante es que el investigador debe verificar la posibilidad de conseguir fuentes de datos para el desarrollo de su estudio, ya sean del grado primario o secundario.
- Lugar o espacio donde se llevará a cabo la investigación.

- Tiempo, si el asignado me da la cobertura del estudio o debo disponer de uno en caso de imprevistos.
- Financiación, si voy a implementar algo que cantidad de dinero dispongo para ello o si solo será un estudio de factibilidad.

II.- MARCO DE REFERENCIA

Es importante señalar en el proyecto la estrecha relación entre teoría, el proceso de investigación y la realidad, el entorno. La investigación puede iniciar una teoría nueva, reformar una existente o simplemente definir con más claridad, conceptos o variables ya existentes.

A. Fundamentos teóricos.

Es lo mismo que el marco de referencia, donde se condensara todo lo pertinente a la literatura que se tiene sobre el tema a investigar. Debe ser una búsqueda detallada y concreta donde el tema y la temática del objeto a investigar tenga un soporte teórico, que se pueda debatir, ampliar, conceptualizar y concluir. Ninguna investigación debe privarse de un fundamento o marco teórico o de referencia.

Es necesario que el grupo de trabajo conozca y maneje todos los niveles teóricos de su trabajo, para evitar repetir hipótesis o planteamientos ya trabajados. La reseña de este aparte del proyecto se debe dejar bien claro para indicar que teórico(s) es el que va a servir de pauta en su investigación.

Estos fundamentos teóricos van a permitir presentar una serie de conceptos, que constituyen un cuerpo unitario y no simplemente un conjunto arbitrario de definiciones, por medio del cual se sistematizan, clasifican y relacionan entre sí los fenómenos particulares estudiados.

B. Antecedentes del tema.

En este aspecto entrara en juego la capacidad investigadora del grupo de trabajo, aquí se condensará todo lo relacionado a lo que se ha escrito e investigado sobre el objeto de investigación. Hay que diferenciar entre teóricos consultados y antecedentes del problema, ya que a veces confundimos los dos aspectos. El primero – los teóricos- son los planteamientos escritos sobre el tema que va tratar en su objeto de investigación, y los antecedentes del problema, son las investigaciones que se han hecho sobre el objeto de investigación y te pueden servir para ampliar o continuar su objeto de investigación, en algunos casos servirá para negar su objeto de investigación cuando esto suceda se entra e elaborar postulados que más tarde entraran a formar el campo de las investigaciones negativas, sector aún sin explotar a fondo, porque en la mayoría de los trabajos de investigación nos limitamos a ampliar sobre conceptos trabajados o a plantear nuevos postulados pero siempre con alta carga de complemento sobre lo investigado. Es hora de que se inicie un proceso de negación a muchas investigaciones que están en los anaqueles de las bibliotecas de las diferentes universidades del país sin haber aportado nada a la construcción del conocimiento en cualquiera de sus modalidades.

Es oportuno recordar que la citación de los antecedentes se pueden elaborar con base en fechas y/o cronogramas de otros proyectos realizados, pero es indispensable citar la fuente de consulta.

C. Elaboración de hipótesis.

Es una proposición de carácter afirmativo enunciada para responder tentativamente a un problema. Se plantea con el fin de explicar hechos o fenómenos que caracterizan o identifican al objeto de conocimiento.

- Hipótesis de primer grado: describe hechos o situaciones del objeto de conocimiento, los cuales aunque son conocidos por el saber popular, pueden ser sometidos a comprobación.
- Hipótesis de segundo grado: establecen una relación causa – efecto (sí X entonces Y). Esta afirmación se demuestra y verifica por su vinculación con un modelo teórico.
- Hipótesis de tercer grado: se afirma la presencia de relaciones existentes entre variables complejas. Sugiere explicaciones entre fenómenos de mayor extensión.
- Hipótesis nula: aquella por la cual indicamos que la información a obtener en contraria a la hipótesis de trabajo.

D. Identificación de las variables.

Toda hipótesis constituye, un juicio, o sea una afirmación o una negación de algo. Sin embargo, es un juicio de carácter especial. Es realmente un juicio científico, técnico o ideológico, en cuanto a su origen o esencia. Siendo así, toda hipótesis lleva implícita un valor, un significado, una solución específica al

problema. Esta es la variable, o sea el valor que le damos a la hipótesis. La variable viene a ser el contenido de solución que le damos al problema de investigación.

- Variable independiente: El valor de verdad que se le da a una hipótesis en relación con la causa, se denomina variable independiente.
- Variable dependiente: Denominamos de esta manera a las hipótesis cuando su valor de verdad hace referencia no ya a la causa, sino al efecto.
- Variable interviniente: Será aquella cuyo contenido se refiere a un factor que ya no es causa, tampoco efecto, pero sí modifica las condiciones del problema investigado.

III.- METODOLOGIA

A.- Diseño y técnicas de recolección de información.

Aquí debe condensar toda la información relacionada con el cómo va a realizar su trabajo objeto de estudio, que parámetros van a utilizar si se apoyará en datos estadísticos, que evaluara de toda la información RECUERDE QUE TODA INFORMACION no siempre le sirve para su trabajo. Debe seleccionar que sirve de una entrevista, de un artículo de revista, de un comentario ya sea radial, textual o de otra índole.

Se debe citar la fuente al igual que las personas que van a proporcionar los datos, recuerde mencionarlos aquí y en forma especial y detallada en los RECURSOS ya sean humanos o institucionales.

B.- Población y muestra.

Población o universo es cualquiera conjunto de unidades o elementos como personas, fincas, municipios, empresas, etc. , claramente definidos para el que se calculan las estimaciones o se busca la información. Deben estar definidas las unidades, su contenido y extensión.

Cuando es imposible obtener datos de todo el universo es conveniente extraer una muestra, subconjunto del universo, que sea representativa. En el proyecto se debe especificar el tamaño y tipo de muestreo a utilizar:

estratificado, simple al azar, de conglomerado, proporcional, polietápico, sistemático, etc.

C.- Técnicas de análisis.

Para poder definir las técnicas de análisis, se debe elaborar, con base en las hipótesis generales y de trabajo, un plan o proyecto tentativo de las diferentes correlaciones, especificando:

Sistema de codificación y tabulación.

Serán las técnicas estadísticas para evaluar la calidad de los datos. Comprobar las hipótesis u obtener conclusiones.

D.- Indice analítico tentativo del proyecto.

Es aconsejable elaborar un índice analítico tentativo que de una visión general de las partes o capítulos que va a contener el trabajo a realizar.

E.- Guía de trabajo de campo.

En algunos proyectos de investigación es necesario presentar una guía de trabajo de campo, para su elaboración se pueden seguir los siguientes pasos:

Estudio previo o sondeo.

Diseño de la muestra.

Preparación de los materiales de recolección de datos.

Equipo de trabajo necesario: grabadoras, cámaras fotográficas, filmadoras, etc.

Selección y entrenamiento de personal.

Revista y prueba experimental de las etapas anteriores.

Recolección de datos, ya sea primarios o secundarios.

Elaboración del informe del trabajo de campo.

Estimación del personal necesario y costos.

IV.- ASPECTOS ADMINISTRATIVOS.

En ésta sección se debe ubicar los aspectos administrativos del proyecto, ésta etapa tiene una mayor importancia para aquellos proyectos que se presentan para obtener financiación, total o parcial.

A.- Recursos humanos.

Relacionar las personas que participarán: asesores, equipo de recolección de datos, etc., especificando la calificación profesional y su función en la investigación.

B.- Presupuesto.

Se debe presentar un cuadro con los costos del proyecto indicando las diferentes fuentes, si existen, y discriminando la cuantía de cada sector e la investigación.

Presentar un cronograma financiero que cubra todo el desarrollo del proyecto.

C.- Cronograma.

Es un plan de trabajo o un plan de actividades, que muestra la duración del proceso investigativo. El tipo de Cronograma recomendado para presentar el plan de actividades que orienten un trabajo de investigación es el de GANTT. Las actividades aquí indicadas no son definitivas. La especificación de las actividades depende del tipo de estudio que se desea realizar.

CRONOGRAMA	
ACTIVIDADES	TIEMPO
1. - ASESORIA METODOLOGICA	
2. - PROPUESTA	
3. - OBSERVACIONES	
4. - DISEÑO DEL PROYECTO	
5. - OBSERVACIONES	
6. - PROYECTO	
7. - OBSERVACIONES	
8. - ENCUESTA	
9. - CLASIFICACION DE MATERIAL	
10. - TRATAMIENTO INFORMACIÓN	
11. - ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN	
12. - REDACCIÓN	
SEMANAS	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14.

V.- BIBLIOGRAFÍA

En la bibliografía se registran las obras que tratan del tema, implícita o explícitamente, no es recomendable citar obras de cultura general, como enciclopedias, diccionarios, etc.

La lista bibliográfica o referencia bibliográfica puede subdividirse en dos partes:

Fuentes bibliográficas consultadas.

Fuentes bibliográficas para consultar.

Recuerde que este es un esquema del proyecto de investigación, es la guía de lo que va a investigar, en ningún caso es la INVESTIGACION como tal.

BIBLIOGRAFIA

CARVAJAL, Lizardo. Metodología de la Investigación Científica. Curso general y Aplicado. 12°- Ed. Cali: F.A.I.D., 1998. 139 p.

COBO Bejarano, Héctor. Glosario de Metodología. 8ª. Ed. Cali: Impretec, 1998. 50 p.

INSTITUTO COLOMBIANO DE NORMAS TECNICAS Y CERTIFICACIÓN Compendio de Normas Técnicas Colombianas sobre Documentación, Tesis y otros trabajos de grado. Santafé de Bogotá: ICONTEC, 1996